Селенских В. Н., инженер-механик,
Челябинский институт механизации и электрификации сельского хозяйства

ЧЕРЕЗ ЦЕНТР МАСС КВАДРАНТА К ЧИСЛУ ПИ

Аннотация. В данной статье, с помощью известной физической теории о центрах масс различных фигур, определены координаты центра масс квадранта и, как следствие этого, найдено значение числа пи, отличающееся от общепринятого. Квадрант-четверть круга.

Ключевые слова: Окружность, квадрант, центр масс, число пи

1. Введение.

На сегодняшний день общепринятым значением числа пи является π=3,1415926…

Это значение было найдено путем многократного удвоения сторон вписанного в окружность многоугольника (например: шестиугольника). Это число является математической константой.[1]

2. Постановка задачи.

Физический метод определения численного значения числа π заключается в том, что мы будем рассматривать окружность как материальное тело, например как кольцо из пружинной проволоки, обладающее массой.

Мысленно разрежем это проволочное кольцо, предоставив ему возможность развернуться, как бутон цветка, относительно точки 1 (см. рис.1).

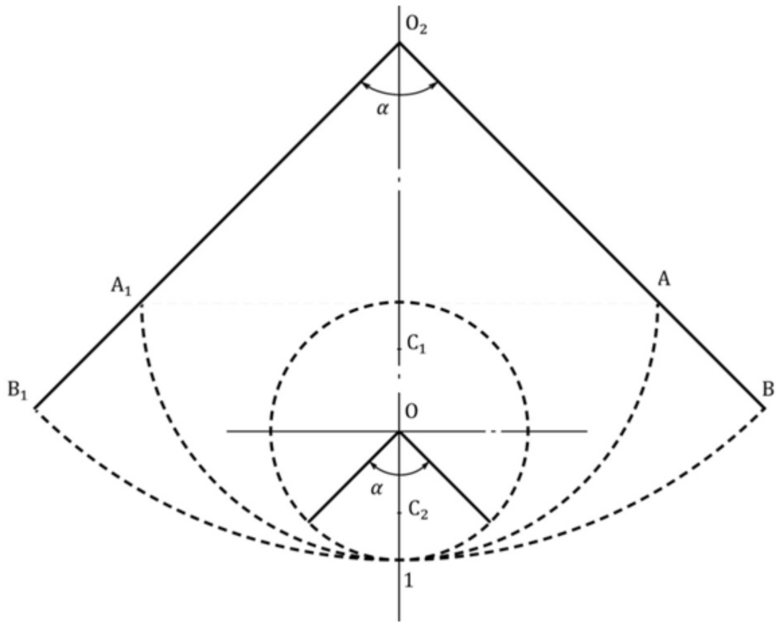

Рис.1. Схема распускания окружности относительно точки 1

На рис. 1 изображена распускающаяся относительно точки 1 окружность, единичного радиуса $r = O1 = 1$.

При распускании окружности радиус кривизны $R = O_2 1 = \frac{2\pi}{\alpha}$ увеличивается от 1 и до ∞, а угол развертывания α уменьшается от 360^c и до 0^c. При этом длины развернутых дуг остаются равными длине исходной окружности, т.е. $R\alpha=2\pi r$.

Центр масс окружности в начальный момент (при $\alpha = 2\pi$) находится в точке O.

При распускании окружности до $\alpha = 0^c$, центры масс дуг (точка C_2) перемещаются в сторону точки 1, к которой в пределе и стремятся.

Центр масс круга, ограниченного исходной окружностью, находится также в точке O. При распускании окружности центр масс секторов (точка C_1), ограниченных соответствующими дугами, перемещается в сторону точки O_2, стремясь в пределе к ∞.

При каком-то угле развертывания и притом только одном, (в чем не трудно убедиться графически) наступит случай, когда $OC_1 = OC_2$

Задача заключается в том, чтобы найти этот случай, т.е. найти угол альфа.

3. Решение задачи.

Из рис.1 имеем [2]

$$OC_1 = O_2O - O_2C_1$$

$$O_2O = O_2 1 - O1 = \frac{2\pi}{\alpha} - 1$$

$$O_2C_1 = \frac{2}{3} \times \frac{2\pi}{\alpha} \times \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{8\pi}{3\alpha^2} \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$OC_1 = \left(\frac{2\pi}{\alpha} - 1\right) - \frac{8\pi}{3\alpha^2}\sin\frac{\alpha}{2} \qquad (1)$$

$$OC_2 = O_2C_2 - O_2O$$

$$O_2C_2 = \frac{2\pi}{\alpha} \times \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{4\pi}{\alpha^2}\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$OC_2 = \frac{4\pi}{\alpha^2}\sin\frac{\alpha}{2} - \left(\frac{2\pi}{\alpha} - 1\right) \qquad (2)$$

В случае $OC_1 = OC_2$ имеем:

$$\alpha^2 - 2\pi\alpha + \frac{10\pi}{3}\sin\frac{\alpha}{2} = 0 \qquad (3)$$

Но уравнения 3 трансцендентно и решить его не представляется возможным.

Однако при $OC_1 = OC_2$ будем иметь [2]:

$$O_2C_1 = \frac{2}{3}O_2C_2,$$

тогда:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{1}{4}O_2C_1 = \frac{1}{5}O_2O = \frac{1}{6}O_2C_2,$$

что дает:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{2\pi}{3\alpha^2}\sin\frac{\alpha}{2},$$

В постановочной части задачи имеются два обязательных условия ее решения, а именно: при $OC_1 = OC_2$ должно выполняться: 1- равенство $R\alpha=2\pi r$ и 2- касание развернутых дуг и исходной окружности в т.1(см. рис.1).

При $OC_1 = OC_2$ имеем:

$$\frac{2\pi}{3\alpha^2}\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}\frac{\pi}{2\alpha}\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}$$

где: $\frac{\pi}{2\alpha} = \frac{1}{4}R$, причем по второму условию должно соблюдаться $\frac{1}{4}R = r, \text{иначе}$ касание нарушится.

Но тогда:

$$\begin{cases} R\alpha = 2\pi r \\ \frac{1}{4}R = r \end{cases}$$

И простое решение этой системы уравнений дает: $\alpha = \frac{\pi}{2}$;

Обязательным условием касания исходной окружности и развернутых дуг в т.1 (см. рис.1) является следующее равенство (см. рис.2):

$$\frac{\sin\alpha/2}{\alpha/2} = \frac{9}{10}$$

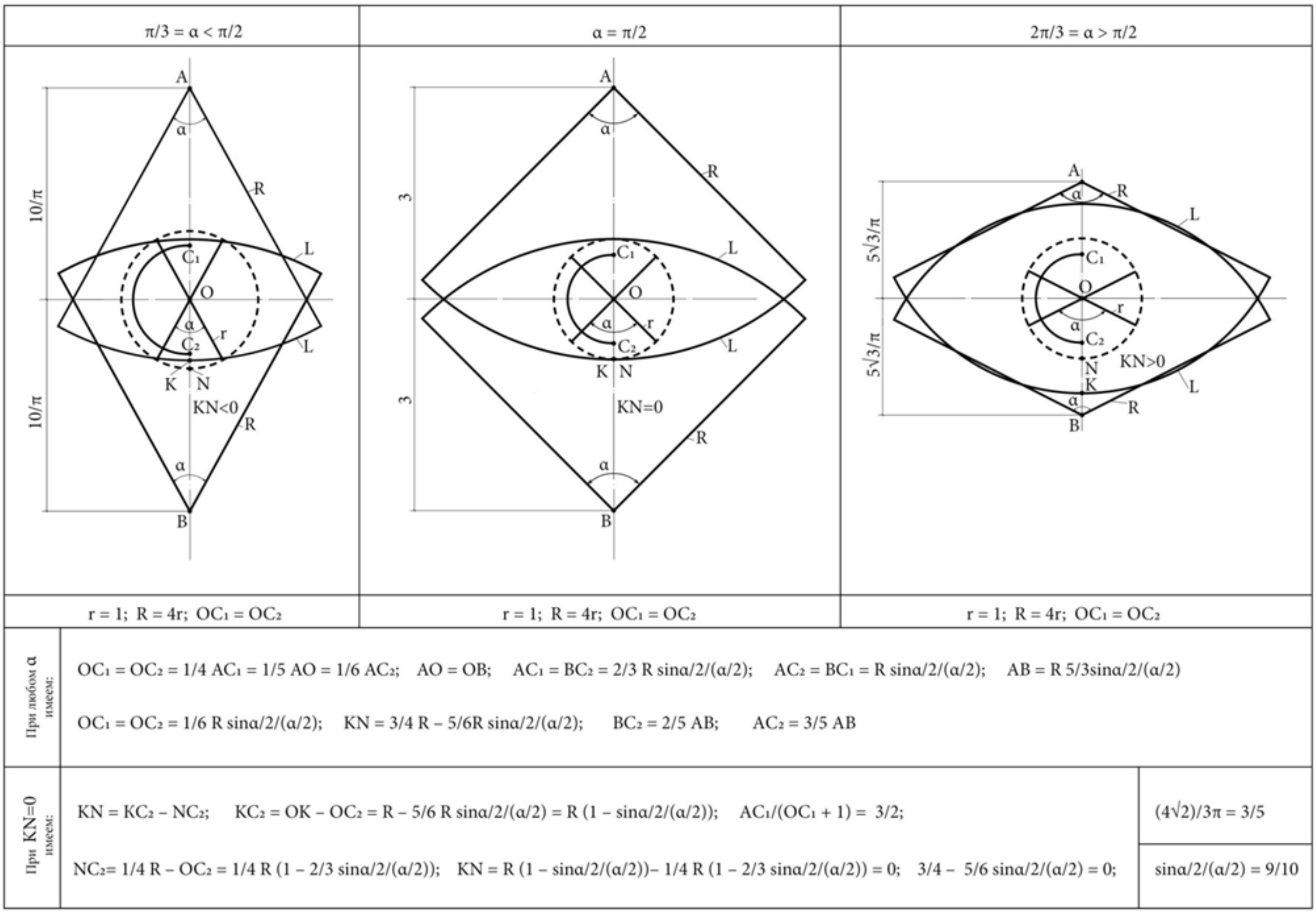

Рис.2. Обоснование условия касания исходной окружности и развернутой дуги

Следовательно: одновременно - при $OC_1 = OC_2$ и при касании должно выполняться: (в обоих уравнениях угол α является единственным случаем одновременного равенства и касания)

$$\begin{cases} a^2 - 2\pi a + \frac{10\pi}{3} Sin\,\frac{a}{2} = 0 \\ \frac{Sin\,a/2}{a/2} = \frac{9}{10} \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений получим тот же результат: $\alpha = \frac{\pi}{2}$

Но тогда для квадранта имеем:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} = \frac{3}{5}$$

т.к.

$O_2O = \frac{2\pi}{\alpha} - 1$, а при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ $O_2O = 3$, $OC_1 = OC_2 = \frac{1}{5}O_2O$

а в итоге:

$$\boldsymbol{\pi = \frac{20\sqrt{2}}{9} = 3,14269680\ldots}$$

4. Заключение.

1.Центр масс сектора радиусом R и центральным углом равным $\frac{\pi}{2}$ расположен на биссектрисе этого угла, на расстоянии $\frac{3}{5}$R от вершины сектора.

2. Найденное число $\pi = 3,14269680\ldots$ физического происхождения.

$$\boldsymbol{\pi = \frac{VT}{2R}}$$

где:

V — скорость движения материальной точки вокруг силового центра (м/с),

T— период обращения (с),

R— радиус орбиты (м).

Если для земных дел всё это большой роли не играет, то для понимания природы числа π и для орбитальных расчётов имеет принципиальное значение.

Литература

1. Шумихин С., Шумихина А. Число пи. История длиною в 4000 лет.- М. ЭКСМО, 2011. – 192 с.
2. Никитин Е.М. Теоретическая механика / Е.М. Никитин. – М.: Наука,1972. – С. 184–186.

References

1. Shumihin S., Shumihina A. The number Pi. History of 4000 years.- M. EKSMO, 2011. – P.192.
2. Nikitin E. M. Theoretical mechanics / E.M. Nikitin. – M.: Science, 1972. – P. 184-186.

Selenskih V. N., mechanical engineer,
Chelyabinsk Institute of Mechanization and Electrification of Agriculture

THROUGH THE CENTER OF MASS OF THE QUADRANT TO THE NUMBER PI

Abstract: In this paper, using the well-known physical theory of the center of mass of a variety of shapes, defined by the value of pi, different from the usual. Quadrant is a quarter circle.

Keywords: Circle, the quadrant, the center of mass, the number pi