

На рис 1. изображена распускающаяся относительно точки 1 окружность, единичного радиуса $r = O1 = 1$.

При распускании окружности радиус кривизны $R = O_21 = \frac{2\pi}{\alpha}$ увеличивается от 1 и до ∞ , а угол разворачивания α уменьшается от 360° и до 0° . При этом длины развернутых дуг остаются равными длине исходной окружности, т.е. $R\alpha = 2\pi r$.

Центр масс окружности в начальный момент (при $\alpha = 2\pi$) находится в точке O .

При распускании окружности до $\alpha = 0^\circ$, центры масс дуг (точка C_2) перемещаются в сторону точки 1, к которой в пределе и стремятся.

Центр масс круга, ограниченного исходной окружностью, находится также в точке O . При распускании окружности центр масс секторов (точка C_1), ограниченных соответствующими дугами, перемещается в сторону точки O_2 , стремясь в пределе к ∞ .

При каком-то угле разворачивания, и притом только одном, (в чем не трудно убедиться графически) наступит случай, когда $OC_1 = OC_2$.

Задача заключается в том, чтобы найти этот случай, т.е. найти угол альфа.

2. Решение задачи.

Из рис.1 имеем [1]

$$OC_1 = O_2O - O_2C_1$$

$$O_2O = O_21 - O1 = \frac{2\pi}{\alpha} - 1 \quad (2)$$

$$O_2C_1 = \frac{2}{3} \times \frac{2\pi}{\alpha} \times \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{8\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

$$OC_1 = \left(\frac{2\pi}{\alpha} - 1 \right) - \frac{8\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

$$OC_2 = O_2C_2 - O_2O$$

$$O_2C_2 = \frac{2\pi}{\alpha} \times \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{4\pi}{\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

$$OC_2 = \frac{4\pi}{\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} - \left(\frac{2\pi}{\alpha} - 1 \right) \quad (6)$$

В случае $OC_1 = OC_2$ имеем:

$$\alpha^2 - 2\pi\alpha + \frac{10\pi}{3} \sin \frac{\alpha}{2} = 0 \quad (7)$$

Но уравнение 7 трансцендентно, и решить его не представляется возможным.

Однако при $OC_1 = OC_2$ будем иметь [1]:

$$O_2C_1 = \frac{2}{3} O_2C_2,$$

тогда:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{1}{4} O_2C_1 = \frac{1}{5} O_2O = \frac{1}{6} O_2C_2, \quad (8)$$

что дает:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{2\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2}, \quad (9)$$

В постановочной части задачи имеются два обязательных условия ее решения, а именно: при $OC_1 = OC_2$ должно выполняться: 1 – равенство $R\alpha = 2\pi r$ и 2 – касание развернутых дуг и исходной окружности в т.1(см. рис.1).

При $OC_1 = OC_2$ имеем:

$$\frac{2\pi}{3\alpha^2} \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3} \frac{\pi}{2\alpha} \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}}$$

где: $\frac{\pi}{2\alpha} = \frac{1}{4} R$, причем по второму условию должно соблюдаться $\frac{1}{4} R = r$, иначе касание нарушится.

Но тогда:

$$\left\{ \begin{array}{l} R\alpha = 2\pi r \\ \frac{1}{4} R = r \end{array} \right.$$

И простое решение этой системы уравнений дает: $\alpha = \frac{\pi}{2}$;

Следовательно:

$$OC_1 = OC_2 = \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} = \frac{3}{5}$$

т.к. $O_2O = \frac{2\pi}{\alpha} - 1$, а при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ $O_2O = 3$,

$OC_1 = OC_2 = \frac{1}{5} O_2O$ а в итоге:

$$\pi = \frac{20\sqrt{2}}{9} = 3,14269680 \dots !!!$$

Обязательным условием касания исходной окружности и развернутых дуг в т.1 (см. рис. 1) является и следующее равенство (см. рис. 2):

$$\frac{\sin a/2}{a/2} = \frac{9}{10}$$

	$\pi/3 = \alpha < \pi/2$	$\alpha = \pi/2$	$2\pi/3 = \alpha > \pi/2$
	$r = 1; R = 4r; OC_1 = OC_2$	$r = 1; R = 4r; OC_1 = OC_2$	$r = 1; R = 4r; OC_1 = OC_2$
При любом α сексе:	$OC_1 = OC_2 = 1/4 AC_1 = 1/5 AO = 1/6 AC_2; AO = OB; AC_1 = BC_2 = 2/3 R \sin \alpha/2 / (\alpha/2); AC_2 = BC_1 = R \sin \alpha/2 / (\alpha/2); AB = R 5/3 \sin \alpha/2 / (\alpha/2)$ $OC_1 = OC_2 = 1/6 R \sin \alpha/2 / (\alpha/2); KN = 3/4 R - 5/6 R \sin \alpha/2 / (\alpha/2); BC_2 = 2/5 AB; AC_2 = 3/5 AB$		
При $KN=0$ сексе:	$KN = KC_2 - NC_2; KC_2 = OK - OC_2 = R - 5/6 R \sin \alpha/2 / (\alpha/2) = R (1 - \sin \alpha/2 / (\alpha/2)); AC_1 / (OC_1 + 1) = 3/2;$ $NC_2 = 1/4 R - OC_2 = 1/4 R (1 - 2/3 \sin \alpha/2 / (\alpha/2)); KN = R (1 - \sin \alpha/2 / (\alpha/2)) - 1/4 R (1 - 2/3 \sin \alpha/2 / (\alpha/2)) = 0; 3/4 - 5/6 \sin \alpha/2 / (\alpha/2) = 0;$		$(4\sqrt{2})/3\pi = 3/5$ $\sin \alpha/2 / (\alpha/2) = 9/10$

Рис. 2. Обоснование условия касания исходной окружности и развернутой дуги

Следовательно: одновременно – при $OC_1 = OC_2$ и при касании должно выполняться:

$$\begin{cases} a^2 - 2\pi a + \frac{10\pi}{3} \sin \frac{a}{2} = 0 \\ \frac{\sin a/2}{a/2} = \frac{9}{10} \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получим тот же результат: $\alpha = \frac{\pi}{2}$

3. Заключение

1. Центр масс сектора радиусом R и центральным углом равным $\frac{\pi}{2}$ расположен на биссектрисе этого угла, на расстоянии $\frac{3}{5} R$ от вершины сектора.

2. При $OC_1 = OC_2$:

Точка C_1 (см. рис. 1) одновременно является центром масс сектора V_1O_2B и центром масс сектора с тем же центральным углом α и радиусом $r = \frac{1}{4} R$.

Точка C_2 одновременно является центром масс дуги BB_1 и центром масс сектора с тем же центральным углом α и радиусом $r = \frac{1}{4} R$.

3. Найденное число $\pi = 3,14269680 \dots$ физического происхождения.

$$\pi = \frac{VT}{2R}$$

где:

V – скорость движения материальной точки вокруг силового центра (м/с),

T – период обращения (с),

R – радиус орбиты (м).

Если для земных дел всё это большой роли не играет, то для понимания природы числа π и для орбитальных расчётов имеет важное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никитин Е.М. Теоретическая механика / Е. М. Никитин. – М.: Наука, 1972. – С. 184–186.