
МЕТАМАТЕМАТИКА И ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

АНРИ ПУАНКАРЕ И ДРУГИЕ ЕСТЕСТВОИСПЫТАТЕЛИ*

В.И. Арнольд

В 1970 г. я задумал издать по-русски избранные работы крупнейшего математика предыдущего столетия, Анри Пуанкаре. Свое предложение я направил в редакцию «Классики науки» Российской Академии Наук. Через месяц я получил ответ, подписанный главным редактором серии, академиком Анатолием Алексеевичем Логуновым.



В ответе объяснялось, что «в 1909 году Владимир Ильич Ленин опубликовал книгу “Материализм и эмпириокритицизм”, не оставлявшую камня на камне в идеалистической теории махиста Пуанкаре, а потому издание сочинений Пуанкаре в нашей стране невозможно».

С этим ответом я пришел на заседание кафедры дифференциальных уравнений МГУ, где я тогда работал. Заведовавшая кафедрой Ольга Арсеньевна Олейник сразу заметила мою грусть, и я показал ей письмо Логунова...

Прочитав письмо, Ольга Арсеньевна стала меня утешать: «Не все потеряно!» Во-первых, она предложила послать новое предложение уже не от меня, а от нас обоих вместе. Во-вторых, она посоветовала обратиться за помощью к Николаю Николаевичу Боголюбову. А именно она сказала, что он обладает следующими тремя качествами. Во-первых, он очень высоко ценит Пуанкаре, работы которого по теории усреднений Боголюбов продолжил.

Во-вторых, Николай Николаевич высоко ценит Владимира Игоревича Арнольда, у которого он был оппонентом докторской диссертации. Более того, Боголюбов опубликовал целую книжку, где он решает свои задачи заимствованными из диссертации Арнольда методами. А. Пуанкаре построил

* Текст печатается по имеющейся в распоряжении Редакции рукописи с сохранением авторской орфографии.

теорию усреднения для гамильтоновых систем (занимаясь небесной механикой планетных систем). Он заметил, что предшествовавшая теория Линдштедта (опубликованная, кстати, Российской Академией Наук) в применении к гамильтоновым системам приобретает своеобразные особенности (сегодня вкладываемые в симплектическую геометрию и симплектическую топологию – эти две новые науки были изобретены Пуанкаре именно при переработке негамильтоновой теории Линдштедта и ее приспособлении к гамильтоновым системам).

Н.Н. Боголюбов обобщил теорию усреднения гамильтоновых систем, построенную Пуанкаре, так что она распространилась и на негамильтоновы системы: о предшествовавших Пуанкаре работах Линдштедта на эту тему он не знал.

В-третьих, Анатолий Алексеевич Логунов – ученик Николая Николаевича Боголюбова.

Итак, я позвонил Николаю Николаевичу, и он тут же пригласил меня к себе домой (а жил он в профессорской башне главного здания МГУ).

Вот что сказал мне Николай Николаевич: «Прежде всего, у нас троих – Пуанкаре, Боголюбова и Арнольда – следующие общие черты. По образованию мы математики, по работам – физики, но на самом деле все трое являются даже естествоиспытателями».

Затем Николай Николаевич объяснил мне, чем отличается подход естествоиспытателя к неприятным и даже грозным явлениям природы, вроде извержений Везувия, от подхода к ним остальных людей. Конечно, гибель жертв огорчает всех, но естествоиспытатель кроме огорчения думает еще и о том, как бы использовать неприятные явления природы вроде землетрясения или извержения для получения новых научных результатов (например, для измерения каких-либо параметров структуры магмы или даже земного ядра).

После этого Н.Н. пояснил, что сейчас «речь будет идти не об извержениях, а о другом, тоже весьма неприятном, но нередким явлении: антисемитизме, существующем и на всей планете, и в нашей стране, и в Москве и даже в Академии наук (в частности, в виде антиэйнштейнианства)».

Закончив это свое введение, Николай Николаевич достал бланк со всеми своими титулами: директор Объединенного института ядерных исследований в Дубне, академик-секретарь Отделения математики Российской Академии Наук, заведующий кафедрой на физическом факультете МГУ и т.п.

На этом бланке он тут же начал писать свое письмо: «Дорогой Анатолий Алексеевич, мы с Владимиром Игоревичем Арнольдом и Ольгой Арсеньевной Олейник предлагаем...» (и далее следовало мое предложение).

Но в конце его Николай Николаевич добавил новую фразу: «За 10 лет до Эйнштейна Пуанкаре открыл принцип относительности (а изложил его в 1895 году в научной статье во французском журнале). Эту работу Пуанкаре “Об Измерении Времени” мы тоже предлагаем включить в обсуждаемое собрание сочинений Пуанкаре».

Через три недели я получил от «Классиков науки» положительный ответ, а в 1972 г. выпустил три тома наиболее важных работ Пуанкаре на русском языке. Это издание является сегодня лучшим из всех имеющихся (хотя французское 11-томное издание во много раз длиннее).

Дело в том, что в нашем издании каждая работа снабжена подробным комментарием современного состояния дел в изучаемой области: что в тексте Пуанкаре верно, а что ошибочно, что и кем исправлено, и где эти исправления найти. В ряде случаев ошибки указал сам Пуанкаре, и некоторые его ошибки стали источником целых новых теорий.

Например, «гипотеза Пуанкаре» была опубликована им как «теорема» (с доказательством). Но это доказательство содержало серьезную ошибку (он спутал определенные им гомологии с гомотопиями, введенными им же).

Эта знаменитая ошибка привела к независимому развитию отдельной теории гомологий и отдельно теории гомотопий в XX в. «Теорема Пуанкаре» стала при этом гипотезой. За доказательство этой гипотезы Фильдсовский Комитет присудил медаль Фильдса 2006 г. Григорию Перельману. Так что Пуанкаре правильно предсказал результат, только для его доказательства потребовалось около ста лет (и усилия многих математиков).

Другая знаменитая ошибка Пуанкаре – его работа о задаче трех тел, награжденная премией короля Швеции Оскара II. Премия была присуждена за «доказательство невозможности представления решений сходящимися в течение бесконечного времени рядами».

Пуанкаре же доказал несуществование аналитических (в области планетных движений) первых интегралов, независимых, с классически известными интегралами (энергии, площадей и т. п.)

Ответа на вопрос Оскара II этот результат не дает, и даже сам этот ответ противоположен: сходящиеся везде ряды существуют (хотя они и не похожи на классические ряды теории возмущений, расходимость которых доказывает теория Пуанкаре).

Поэтому Пуанкаре потратил всю полученную премию на то, чтобы купить у библиотек и подписчиков все номера журнала «Акта математика», где было опубликовано его неверное «решение» королевской проблемы, а затем чтобы разослать им исправленную версию работы (выросшей позже в знаменитую книгу «Новые методы небесной механики» А. Пуанкаре).

Замечу еще, что исходная работа Пуанкаре стала источником открытия С. Ковалевской нового случая интегрируемости задачи о вращении твердого тела. А именно Ковалевская пыталась, по совету своего учителя Вейерштрасса, доказать отсутствие таких новых случаев (подобно тому, как Пуанкаре доказывал отсутствие новых случаев интегрируемости в задаче трех тел).

Но оказалось, что метод Пуанкаре в некоторых случаях не работает: это и есть «случай Ковалевской», интегрируемость которого она открыла благодаря неудаче своей попытки доказать неинтегрируемость методом Пуанкаре.

Кроме двух описанных выше знаменитых ошибок замечательные работы Пуанкаре дают повод к большому количеству глубоких комментариев,

которые и были сделаны в русском издании лучшими специалистами в соответствующих областях.

Сейчас ссылки на состояние этих областей в печатающихся во всем мире статьях чаще всего делаются именно на русское комментированное издание, как на наиболее авторитетный источник.

Что касается теории относительности, то Логунов, опровергая Эйнштейна, опубликовал свою версию этой теории (которая как раз вовсе не обсуждается в комментариях русского издания Пуанкаре).

Обстояло же дело следующим образом. Пуанкаре обратил внимание на то, что «абсолютное пространство и абсолютное время» механики Галилея и Ньютона не имеет рационального физического определения, пока не указан способ синхронизации удаленных часов.

Если же способ синхронизации указан, то получающиеся «законы природы» оказываются свойствами не самих явлений природы, а выбранной системы отсчета. Пуанкаре пришел, таким образом, к выводу, что все настоящие законы природы нужно формулировать так, чтобы эти законы не зависели от специальных свойств систем отсчета (не зависели от способа синхронизации удаленных событий).

Пуанкаре писал свою статью для философского журнала, поэтому он избегал в ней математических формул и доказательств (приведя лишь совершенно нетривиальную открытую им формулу $E = mc^2$ в качестве примера дальнейших результатов своей теории).

Когда Эйнштейн, 10 лет спустя, начал заниматься этими вопросами в ETH (Политехникуме Цюриха), то его учитель Минковский, друг Пуанкаре, сразу же посоветовал Эйнштейну разобрать работы Пуанкаре, что тот и сделал.

Но он почему-то ничего не писал об этом до 1945 г., когда, наконец, сослался на своего предшественника (почти в той же форме, в которой это сделано выше).

Напротив, Пуанкаре всегда ссылался на Эйнштейна и всегда давал вполне положительные отзывы на все его работы, никогда не упоминая о своих (предшествовавших) достижениях.

В письмах Пуанкаре объяснял это друзьям так, что способную молодежь обязательно нужно всесторонне поддерживать. На фотографиях Сольвеевских конгрессов Пуанкаре и Эйнштейн дружески беседуют, но Пуанкаре умер в 1912 году, не дожив до всеобщего признания теории Эйнштейна, правильно предсказавшей наблюдавшееся во время затмения в 1919 г. отклонение лучей света Солнцем.

Между прочим кроме принципа относительности Пуанкаре принадлежит еще одно важнейшее релятивистское открытие: «преобразования Лоренца». Именно Лоренц задался вопросом о симметриях системы уравнений электродинамики Максвелла. Он нашел такие преобразования пространства-времени и опубликовал их в своей статье.

Пуанкаре, читавший в Сорбонне курс лекций по электродинамике, захотел рассказать студентам об этом открытии Лоренца. Симметрии должны образовывать группу. Перемножая два указанных Лоренцом преобразования, Пуанкаре получил, однако, нечто совсем другое. Так как этого не может быть ни для какой пары симметрий, то Пуанкаре перешел в следующей лекции в Сорбонне к инфинитезимальным симметриям, то есть от группы Ли к ее алгебре Ли. В этом случае скобка Пуассона пары инфинитезимальных симметрий должна снова быть инфинитезимальной симметрией. А для «симметрий» Лоренца дело обстоит иначе.

Удивленный Пуанкаре проверил на еще одной функции, что указанные Лоренцом замены координат сохраняют систему уравнений Максвелла. Но и это оказалось неверным (даже для бесконечно-малых изменений системы координат).

К следующей лекции Пуанкаре самостоятельно вычислил группу симметрий, не заботясь более о связи с формулами Лоренца. Найденные им симметрии поддерживали все проверки: он правильно нашел и группу Ли, и ее алгебру – Ли.

По правилам французского университета, лекции должны были публиковаться. Подготавливая свои лекции по электродинамике к печати, Пуанкаре дошел до симметрий системы уравнений Максвелла и описал найденные им ответы.

Но ему нужно было как-то назвать эти преобразования, и он выбрал для них имя «преобразования Лоренца» (хотя Лоренц их и не нашел).

Разумеется, Пуанкаре высоко ценил Лоренца и правильно считал важной поставленную Лоренцем задачу отыскания группы симметрий системы уравнений Максвелла.

Н.Н. Колмогоров говорил, что свое предпочтение к изобретению новых задач (по отношению к решению старых) он не рассматривает как свой недостаток, но, скорее, как нечастое достоинство.

Я даже использовал опыт Пуанкаре, назвав в своих отзывах на диссертации Маслова и Гудкова «индексом Маслова» и «гипотезой Гудкова» изобретенные мною при продумывании этих диссертаций объекты.

И Маслов, и Гудков вначале возражали мне. Маслов считал, что введенный мною «индекс Маслова» «ненужное обобщение» (рассматривавшегося им остатка от деления этого целого числа на 4). Гудков же предлагал контр-примеры (оказавшиеся ошибочными) к названной мною его именем гипотезе (объединявшей сотни специальных теорем его диссертации).

Возвращаясь к изданию русского собрания сочинений Пуанкаре, подчеркну еще раз, что изобретенное Н.Н. Боголюбовым использование антисемитизма и антиэйнштейнианства отдельных лиц для развития науки оказалось чрезвычайно успешным: трехтомник Пуанкаре получил массу приложений и в топологии, и в алгебраической геометрии, и в теории дифференциальных уравнений, и в симплектической геометрии и симплектической топологии, и в небесной механике, и в астрономии космических полетов, и в

теории гомотопий, гомологий и когомологий, и в теории характеристических классов и характеристических чисел (включая «топологические заряды» квантовой теории поля).

Причем в руках Пуанкаре даже самые абстрактные математические теории выступают как главы естествознания, а неразделимое переплетение математических и физических идей и методов еще раз подчеркивает глубокое единство всех многообразных частей нашей науки, от теории чисел и криптографии до гидродинамики и геометрии многообразий или теории хаотических динамических систем, также основанной Пуанкаре.

HENRI POINCARÉ AND OTHER NATURAL SCIENTISTS*

V.I. Arnold

* The text is printed according to the manuscript that the Editorial Board has at its disposal, retaining the author's spelling.