

# ТОЧНОЕ ЗНАЧЕНИЕ ЧИСЛА ПИ, А ТАКЖЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КВАДРАТУРЫ КРУГА И УДВОЕНИЯ КУБА

Коростелев С.П. Email: Korostelev668@scientifictext.ru

Коростелев Сергей Павлович – соискатель учёной степени,  
кафедра литьевого производства, металлургический факультет,  
Липецкий государственный технический университет, г. Липецк

**Аннотация:** статья посвящена задачам, решения которых заложены в основе математики, но давно утеряны. Автор подробно описывает решения задач квадратуры круга и удвоения куба и на основании этих решений обоснованно указывает на точное числовое значение числа ПИ. Актуальность данной работы весьма велика, т.к. отображённые в ней решения позволяют указать именно на точное числовое значение числа ПИ, существенно отличающееся от современных представлений о нём. К новизне этой работы следует относить факт того, что она содержит первый развернутый комментарий к решению задачи квадратуры круга.

**Ключевые слова:** число ПИ, задача удвоения куба, задача квадратуры круга.

## ACCURATE VALUE OF THE NUMBER PI EXACT SOLUTIONS TO PROBLEMS OF SQUARING THE CIRCLE AND DOUBLING THE CUBE Korostelev S.P.

Korostelev Sergei Pavlovich - Candidate for a degree,  
FOUNDRY DEPARTMENT, FACULTY OF METALLURGY,  
LIPETSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY, LIPETSK

**Abstract:** the paper is dedicated to the problems whose solutions lie at the core of mathematics but were lost long ago. The author describes in detail the problem of squaring the circle and doubling the cube, and on the basis of these solutions, it reasonably indicates the exact numerical value of the number PI. The research is vital since it presents the solutions allowing to indicate the accurate value of the number PI which significantly differs from today's concepts thereof. The paper is ground-breaking since it contains the first ever detailed comment on the solution to the problem of squaring the circle.

**Keywords:** number PI, doubling the cube, squaring the circle.

УДК 514.510  
DOI: 10.24411/2312-8089-2019-11402

В данной статье поставлена задача - разъяснить изложенное в более ранней публикации автора, посвящённой теме упадка в современной математике и затрагивающей тему данной работы [1, с. 21-39; 2, с. 39-57]. Целью данного труда является устранение допущенных ранее недочётов в сопровождающих описываемые решения пояснениях, препятствующих правильному пониманию доносимых автором мыслей, суть которых без искажений передана лишь в использованных им формулах при расчётах [2, с. 40-51]. Актуальность данной работы весьма велика, т.к. отображённые в ней решения позволяют указать на точное числовое значение числа ПИ ( $\pi$ ), существенно отличающееся от современных представлений о нём. К новизне этой работы следует относить факт того, что она содержит первый развернутый комментарий к решению задачи квадратуры круга.

Итак, в статье «направление движения научной мысли на примере её движения в математике», под авторством С.П. Коростелёва, найдена константа  $0,5\sqrt{\pi}$ , названная автором мерой в математике, которая использовалась в период зарождения последней, но о которой сегодня забыто [1, с. 21-39; 2, с. 39-57]. Числовое же значение этой константы соответствует значению длины стороны квадрата, равновеликого кругу с диаметром, равным единице [2, с. 44-45, с. 47].

И именно при помощи этой константы автору удалось с абсолютной точностью решить задачу квадратуры круга, решение которой, благодаря обозначенной форме упомянутой константы, не имеет зависимости от числового значения числа  $\pi$  [2, с. 40-54].

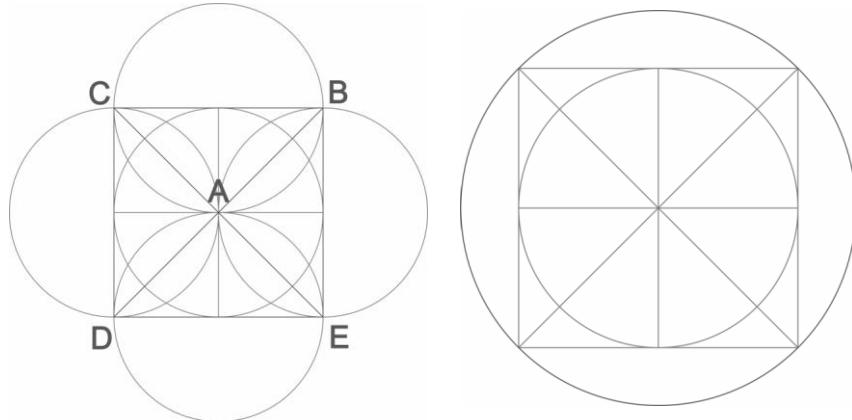
Для пояснения же всего вышесказанного потребуется кратко изложить суть геометрических построений, выполненных в процессе решения задачи квадратуры круга, приведённого в ранее обозначенной статье [2, с. 40-54].

Итак, по условию задачи, при помощи циркуля и линейки, требуется построить квадрат, равновеликий кругу с радиусом  $R$  [2, с. 40].

Учитывая же тот факт, что условие задачи предполагает практическое воплощение решения, в то время как его проверку будут производить на основании теорий о неких абстрактных величинах, автор предложил решение, которое согласуется и с условием задачи, и с обозначенными теориями [2, с. 40-54].

Так, при помощи циркуля и линейки вокруг произвольного круга радиуса  $R$ , строится описанный квадрат (см. Рис. 1) [2, с. 40-41]. Полный цикл построения которого, подробно описанный в ранее упомянутой статье, здесь будет упущен [2, с. 40-41].

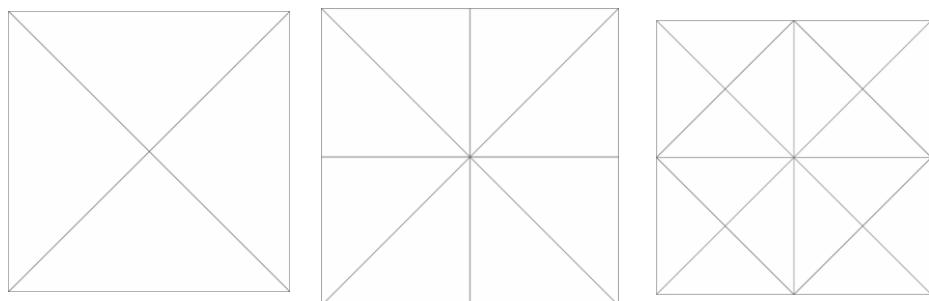
Далее, строятся диагонали обозначенного квадрата, которые разбиваются на четыре равных отрезка  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  и  $AE$ , длина каждого из которых соответствует  $\frac{1}{2}$  длины диагонали (см. Рис. 1) [2, с. 41]. А затем, с помощью циркуля, вокруг построенного квадрата описывается окружность радиуса  $R_1$  (см. Рис. 2) [2, с. 42].



*Рис. 1. Построение*

*Рис. 2. Построение*

После этого, используется метод последовательного деления поверхности квадрата прямыми линиями, наглядный пример сути которого, здесь будет передан всего через несколько изображений (см. Рис. 3; Рис. 4; Рис. 5) [1, с. 29-32; 2, с. 42].



*Рис. 3. Построение*

*Рис. 4. Построение*

*Рис. 5. Построение*

При этом, используемый метод, позволяет закрасить прямыми линиями абсолютно всю поверхность квадрата, а как следствие, при помощи этого метода можно отыскать абсолютно любую точку внутри квадрата, ради нахождения четырёх из которых он и использован [1, с. 29-32; 2, с. 42].

Всегда найдутся такие точки K, L, M и N (см. Рис. 6), которые удовлетворяют следующим соотношениям [2, с. 42]:

$$\begin{aligned} \frac{KB}{AB} &= 0,5\sqrt{\pi}; \frac{LC}{AC} = 0,5\sqrt{\pi}; \\ \frac{MD}{AD} &= 0,5\sqrt{\pi}; \frac{NE}{AE} = 0,5\sqrt{\pi}. \end{aligned}$$

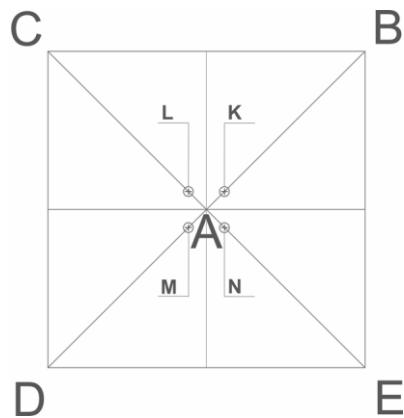


Рис. 6. Построение

Принимая за центры окружностей точки К, L, M и N, строятся четыре круга с ранее отложенным радиусом  $R_1$  и отмечаются точки  $K_1, L_1, M_1$  и  $N_1$ , которые являются точками пересечения обозначенных окружностей с диагоналями квадрата (см. Рис.7), и в согласии с построением, удовлетворяют следующим соотношениям [2, с. 42-43]:

$$\frac{AM_1}{AB} = 0,5\sqrt{\pi}, \frac{AN_1}{AC} = 0,5\sqrt{\pi}; \\ \frac{AK_1}{AD} = 0,5\sqrt{\pi}; \frac{AL_1}{AE} = 0,5\sqrt{\pi}.$$

При помощи линейки, соединив прямыми линиями точки  $K_1, L_1, M_1$  и  $N_1$ , будет построен искомый квадрат, равновеликий заданному кругу (см. Рис. 8) [2, с. 43].

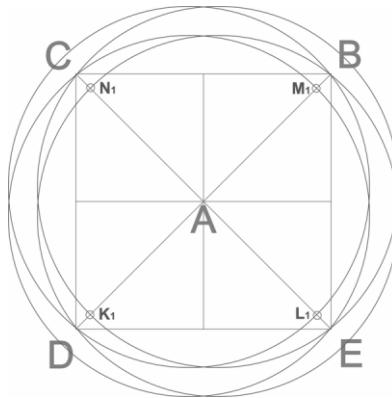


Рис. 7. Построение

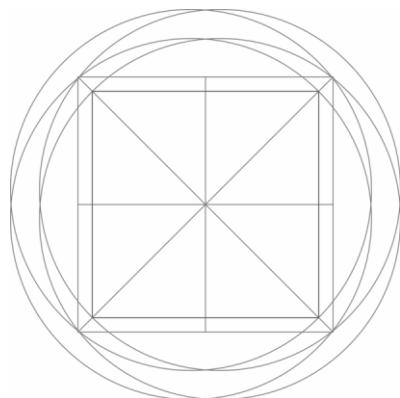


Рис. 8. Построение

Для проверки правильности решения предлагается повторить геометрическое построение с использованием формул с числовыми значениями, в том числе и с используемым современниками числовым значением числа « $\pi$ », а затем сопоставить полученный результат с получаемым через алгебраическое решение результатом [2, с. 43-44].

Так, принимая за числовое значение числа « $\pi$ » - 3,1416, а за диаметр заданного круга числовое значение, равное десяти (10), можно указать на примерное значение площади круга [2, 43; 3, с. 56]:

$$S_{\text{круга}} = \pi * R^2 \approx 3,1416 * 5 * 5 \approx 78,54 \text{ у.е.}^2.$$

Кроме того, отталкиваясь от обозначенного значения диаметра круга, можно указать и на числовое значение сторон описанного вокруг этого круга квадрата [2, с. 43]:

$$a_{\text{описанного квадрата}} = D_{\text{заданного круга}} = 10 \text{ у.е.}$$

Диагональ же обозначенного квадрата является диаметром описанного вокруг этого квадрата круга и численно равна гипotenuse прямоугольных треугольников, составляющих описываемый квадрат [2, 44; 3, с. 50, с. 53]:

$$x = \sqrt{a_{\text{описанного квадрата}}^2 + a_{\text{описанного квадрата}}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} \approx 14,14214 \text{ у.е.}$$

Числовое значение  $\frac{1}{2}$  диагонали описанного квадрата, требующее отображения в согласии с построением [2, с. 44]:

$$\frac{x}{2} \approx 7,071068 \text{ у.е.}$$

Числовое значение  $\frac{1}{2}$  диагонали искомого квадрата, выводимое из соотношений, указанных при построении [2, с. 44]:

$$y \approx \frac{x}{2} * 0,5\sqrt{\pi} \approx 7,071068 * 0,5\sqrt{\pi} \approx 6,26657801355732 \text{ у.е.}$$

Удваивая полученное числовое значение, как это сделано в построении при помощи радиуса  $R_1$ , будет выведено числовое значение величины диагонали искомого квадрата [2, с. 44]:

$$z_{\text{выводимая из построения}} = 2 * y \approx 2 * 6,26657801355732 \approx 12,5331560271146 \text{ у.е.}$$

Переходя к алгебраической проверке полученного результата, следует вычислить числовое значение величины стороны искомого квадрата, равновеликого заданному кругу [2, с. 44]:

$$a = \sqrt{S_{\text{круга}}} \approx \sqrt{78,54} \approx 8,86227961644181 \text{ у.е.}$$

Подставляя полученное значение в формулу для вычисления гипotenузы прямоугольного треугольника, будет получено числовое значение диагонали искомого квадрата, абсолютно идентичное значению, ранее выведенному из построения [2, 44; 3, с. 50]:

$$z_{\text{выводимая алгебраически}} = \sqrt{a^2 + a^2} \approx \sqrt{8,86227961644181^2 + 8,86227961644181^2} \approx 12,5331560271146 \text{ у.е.}$$

Что и требовалось обосновать.

Таким образом, геометрическое решение задачи квадратуры круга при помощи циркуля и линейки найдено, а как следствие, обозначенная задача решена [2, с. 44]. И при этом, эта задача решена с абсолютной точностью, т.к. предоставленное решение не зависит от числового значения числа « $\pi$ » [2, с. 44]. Ведь вне зависимости от того, насколько точному числовому значению числа « $\pi$ » будут апеллировать при проверке описанного решения, это решение всегда будет удовлетворять алгебраическому решению, т.к. в обоих случаях придётся использовать одно и то же числовое значение, и при этом не произвольное, а исключительно числовое значение числа « $\pi$ ».

Далее, следует отметить, что приведённое выше решение задачи квадратуры круга автор отождествляет и с решением задачи удвоения куба, также известной под именованием «Делосская задача» [2, с. 50-51]. И данное отождествление зиждется на обоснованном утверждении о том, что принимая за грань заданного куба описанный выше квадрат BCDE (см. Рис.7), можно из отображённого решения вывести длину ребра удвоенного куба, которая будет равна длине отрезка K<sub>1</sub>M<sub>1</sub> (см. Рис.7), или иначе, равна длине диагонали квадрата, искомого в задаче квадратуры круга [2, с. 51].

Таким образом, автор утверждает и о нахождении в его труде абсолютно точного геометрического решения задачи удвоения куба, а как следствие, в согласии с этим утверждением, и обозначенная задача решена при помощи циркуля и линейки [2, с. 50-51].

Проверить же справедливость сказанного по отношению к задаче удвоения куба возможно лишь при условии принятия предложенного автором числового значения числа « $\pi$ » - 3,1748021039364 [2, с. 44-50].

И речь идёт о значении, которое автор, при помощи константы  $0,5\sqrt{\pi}$ , выводит двумя способами из задачи квадратуры круга, одновременно увязывая обозначенную константу и с  $\sqrt{2}$ , что вполне закономерно для коэффициента из задачи на пропорции [2, с. 44-50].

Но, если сказанное справедливо для предложенного автором числового значения числа « $\pi$ », то этого же нельзя сказать об используемом современниками числовом значении этого коэффициента (« $\pi$ ») – что подробно и весьма наглядно разъяснено в таблице из статьи «направление движения научной мысли на примере её движения в математике» [2, с. 45-50].

И речь идёт об источнике, в согласии с информацией из которого, все геометрические элементы из задачи квадратуры круга относятся друг к другу в строго определённых соотношениях, неразрывно связанных с константой  $0,5\sqrt{\pi}$  [2, с. 45-50]. Обозначенные же факты вполне естественны для задачи на пропорции, каковой и является задача квадратуры круга [2, с. 40-54].

А этот факт позволяет утверждать, что любая величина из обозначенной задачи может быть выведена из любой другой величины из этой же задачи, при помощи константы  $0,5\sqrt{\pi}$  [2, с. 45-50]. И это утверждение не составляет труда обосновать на наглядном примере, в котором будет использовано числовое значение обозначенной константы – примерно 0,890898718140339, в которое заложено предложенное автором числовое значение числа « $\pi$ » - примерно 3,1748021039364 [2, с. 44-50]. При этом, такое числовое значение числа « $\pi$ », можно вывести не только непосредственно при помощи обозначенной константы, но и при помощи величин взаимосвязанных с этой константой, что опять же вполне естественно для задачи на пропорции [2, с. 44-50].

Итак, для наглядности, следует вывести числовое значение длины стороны квадрата, опираясь лишь на известное числовое значение длины его диагонали, за которое следует принять  $\sqrt{2}$ , или иначе – примерно 1,414213562373095 у.е..

1.  $\text{Диагональ}_1 * 0,5\sqrt{\pi} = 1,414213562373095 * 0,890898718140339 \approx 1,25992104989487$  – значение, отражающее две значимые величины. Ведь оно является числовым значением длины диагонали квадрата, равновеликого кругу, вписанному в квадрат с диагональю  $\sqrt{2}$ . А кроме того, оно является и числовым значением соотношения площадей квадратов, длины диагоналей которых были упомянуты, т.к. обе

эти длины отражены в разбираемой формуле ( $\frac{S_1}{S_2} \approx \frac{1}{0,7937005259841} \approx 1,25992104989487$ ) [2, с. 45-49]. При этом, следует напомнить, что площадь квадрата вычисляется и через значение его диагонали, и через значение длины его стороны ( $S = \frac{1}{2} \text{Диагональ}^2 = a^2$ ), а в данном случае стоит задача - найти длину стороны квадрата, диагональ которого взята за отправную точку расчёта, с которой, ввиду всего сказанного, конечная точка расчёта обязана иметь взаимосвязь [3, с. 53].

2.  $\text{Диагональ}_2 * 0,5\sqrt{\pi} = 1,25992104989487 * 0,890898718140339 \approx 1,12246204830937$  – значение соотношения длин диагоналей упомянутых выше квадратов, а также длин их сторон ( $\frac{\text{Диагональ}_1}{\text{Диагональ}_2} \approx \frac{1,414213562373095}{1,25992104989487} \approx 1,12246204830937$ ;

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \approx \frac{1}{0,890898718140339} \approx 1,12246204830937) [2, с. 50].$$

3.  $\frac{\text{Диагональ}_1}{\text{Диагональ}_2} * 0,5\sqrt{\pi} = 1,12246204830937 * 0,890898718140339 \approx 1$  (точнее  $\approx 0,99999 \dots$ ) –

искомое значение длины стороны квадрата с диагональю  $\sqrt{2}$ , имеющее незначительную погрешность из-за погрешности, допущенной при округлении отображённых значений, в том числе и исходного значения, а именно  $\sqrt{2}$  [2, с. 50].

4.  $0,5\sqrt{\pi} * P_{квадр} \approx 0,890898718140339 * (4 * 0,890898718140339) \approx 3,1748021039364$  – число «π», получаемое умножением длины стороны квадрата, на длину периметра этого же квадрата, равновеликого кругу с диаметром равным единице [2, с. 47].

5.  $\frac{P}{D} \approx \frac{4}{1,25992104989487} \approx 3,1748021039364$ , где  $P$  – длина периметра круга, топологически эквивалентного квадрату со стороной равной единице, а  $D$  – это длина диаметра этого же круга ( $D = \frac{P}{\pi} \approx \frac{4}{3,1748021039364} \approx 1,25992104989487$ ), соответствующая длине одной из обозначенных выше диагоналей квадратов ( $\text{Диагональ}_2$ ) [2, с. 49; 3, с. 55].

Обозначенные формулы будут неизменно давать точный результат вне зависимости от заданного значения длины диагонали квадрата, что вполне закономерно, учитывая находимые через них пропорциональные зависимости – площадей с диагоналями, диагоналей со сторонами, сторон с площадями.

Но, если при использовании предложенного автором числового значения числа «π» всё в задаче квадратуры круга обретает логическую взаимосвязь, то при использовании общепринятого сегодня числового значения числа «π» - примерно **3,14159265359**, картина диаметрально противоположная [2, с. 45-50]. И данный факт заставляет справедливо усомниться в корректности укоренившегося в современности числового значения числа «π».

Окончательно же подрывают веру в состоятельность используемого сегодня числового значения числа «π» формулы № 4 - № 5. Ведь результаты, получаемые при использовании современного значения этого коэффициента в обозначенных формулах, указывают на отсутствие взаимосвязи этого коэффициента с пропорциями из задачи квадратуры круга, с которыми взаимосвязь обязана присутствовать [2, с. 45-50].

1.  $\text{Диагональ}_1 * 0,5\sqrt{\pi} = 1,414213562373095 * 0,886226925452787 \approx 1,25331413731554$ , где  $0,5\sqrt{\pi} \approx 0,5\sqrt{3,14159265359} \approx 0,886226925452787$ . Если же полученное значение соответствует расчётному значению диагонали квадрата с длиной стороны **0,886226925452787**, то оно не соответствует значению соотношения площадей квадратов ( $\frac{S_1}{S_2} \approx \frac{1}{0,7853981633975} \approx 1,27323954473508$ ) [2, с. 45-49].

2.  $\text{Диагональ}_2 * 0,5\sqrt{\pi} = 1,25331413731554 * 0,886226925452787 \approx 1,11072073453966$  – величина, не имеющая отношения ни к соотношению диагоналей квадратов, ни к соотношению их сторон ( $\frac{\text{Диагональ}_1}{\text{Диагональ}_2} \approx \frac{1,414213562373095}{1,25331413731554} \approx 1,128379167095; \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \approx \frac{1}{0,886226925452787} \approx 1,128379167095$ ) [2, с. 50].

3.  $1,11072073453966 * 0,5\sqrt{\pi} = 1,11072073453966 * 0,886226925452787 \approx 0,98435$  – точность полученного значения весьма условная, а процесс его получения не имеет логического объяснения, хотя использована та же последовательность действий, что и в примере с использованием предложенного автором числового значения числа «π» [2, с. 50].

4.  $0,5\sqrt{\pi} * P_{квадр} \approx 0,886226925452787 * (4 * 0,886226925452787) \approx 3,14159265359$  – значение числа «π» [2, с. 47].

5.  $\frac{P}{D} \approx \frac{4}{1,25331413731554} \approx 3,1915382432114$  – значение числа «π». Полученный результат может быть исправлен лишь искусственным путём, через подстановку в формулу значения, выводимого для диаметра круга ( $D = \frac{P}{\pi} \approx \frac{4}{3,14159265359} \approx 1,27323954473508$ ) [2, с. 49; 3, с. 55]. Но такая манипуляция позволит выстроить логическую взаимосвязь в разбираемых формулах лишь частично. Так, будут приведены в согласие результаты из формул № 4 и № 5. Кроме того, числовое значение длины диаметра круга, упомянутого в комментарии к формуле № 5, будет соответствовать расчётному числовому значению соотношения площадей квадратов, упомянутых в комментарии к формуле № 1. А расчётные значения из

комментария к формуле № 2 позволяют при помощи константы  $0,5\sqrt{\pi}$  увязать реальную сторону квадрата с расчётным значением соотношения упомянутых выше площадей. Таким образом, будет создана иллюзия естественных пропорций, которую выдаёт лишь отсутствие в ней взаимосвязи с  $\sqrt{2}$ , которая обязана быть [2, с. 49-50]. А данный факт, с учётом факта появления логической взаимосвязи абсолютно всех числовых значений из этих же пяти формул при введении в них иного числового значения числа « $\pi$ », можно объяснить лишь неточностью общезвестного числового значения этого коэффициента, которое автор и скорректировал, наполнив гармонией решение задачи квадратуры круга [2, с. 45-54].

Более того, автор обосновал справедливость предложенного значения не только теоретически, но и опытным путём, суть результатов которого подтверждается и при экспериментах с имеющими круглую форму изделиями из металла, такими например, как изготовленная из металлического прутка окружность, или же обруч, изготовленный из металлической трубы [2, с. 51-52].

Принять же всё вышесказанное о числе « $\pi$ », будет гораздо легче, если при помощи предложенного автором числового значения числа « $\pi$ », будет обосновано ранее сделанное заявление в отношении решения задачи удвоения куба, обоснование которого позволяет утверждать о найденном абсолютно точном решении и этой задачи [2, с. 50-51].

$$\begin{aligned} V_1 &= 1 * 1 * 1 = 1 \text{ y.e.}^3; \\ \alpha &= 1 * (0,5\sqrt{\pi} * \sqrt{2}) = 1 * 0,5\sqrt{2\pi} \approx 1 * 1,25992104989487 \approx \\ &\quad 1,25992104989487 \text{ y.e.}; \\ V_2 &= 1,25992104989487 * 1,25992104989487 * 1,25992104989487 \approx \\ &\quad 2 \text{ y.e.}^3; \\ &\quad \frac{2 \text{ y.e.}^3}{2} = 1 \text{ y.e.}^3. \end{aligned}$$

При этом, величина  $0,5\sqrt{2\pi}$ , является не только значением длины диагонали квадрата, равновеликого кругу с диаметром равным единице, но и коэффициентом для моментального арифметического решения задачи удвоения куба, что не составляет труда обосновать на наглядном примере [2, с. 50].

$$\begin{aligned} V_1 &= 3 * 3 * 3 = 27 \text{ y.e.}^3; \\ \alpha &= 3 * 0,5\sqrt{2\pi} \approx 3 * 1,25992104989487 \approx 3,77976314968462 \text{ y.e.}; \\ V_2 &= 3,77976314968462 * 3,77976314968462 * 3,77976314968462 \approx \\ &\quad 54 \text{ y.e.}^3; \\ &\quad \frac{54 \text{ y.e.}^3}{2} = 27 \text{ y.e.}^3. \end{aligned}$$

И здесь остаётся лишь напомнить суть древних решений, разобранных в этой статье задач, выведенные из решения которых пропорции легли в основу математики [2, с. 44, с. 51].

Так, при помощи верёвочки со связанными концами, следует построить квадрат, периметр которого в одном случае, будет символизировать периметр грани заданного куба, а в другом – периметр описанного вокруг заданного круга квадрата, на поверхности которого следует построить диагонали (см. Рис. 9) [2, с. 44, с. 51].

Далее, путём деформации потребуется преобразовать квадрат в топологически эквивалентную ему окружность, центр которой должен совпадать с центром исходного квадрата (см. Рис. 10) [1, с. 24-25; 2, с. 44, с. 51]. Точки пересечения границ построенного круга с диагоналями квадрата будут являться вершинами искомого в задаче квадратуры круга (см. Рис. 11) [2, с. 44, с. 51]. При этом, диагональ искомого в задаче квадратуры круга квадрата будет являться и диаметром построенного круга, и длиной ребра куба, искомого в задаче удвоения куба (см. Рис. 12) [2, с. 44, с. 51].

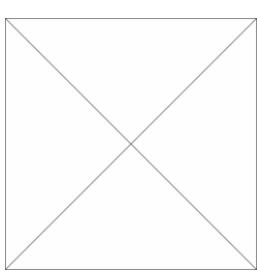


Рис. 9. Построение

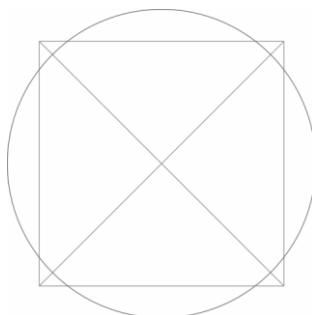


Рис. 10. Построение

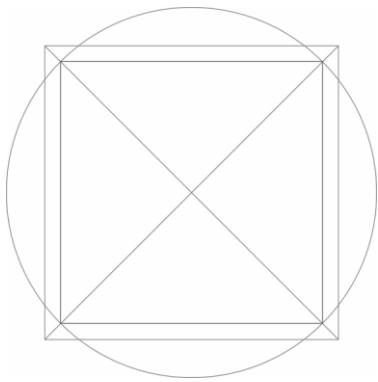


Рис. 11. Построение

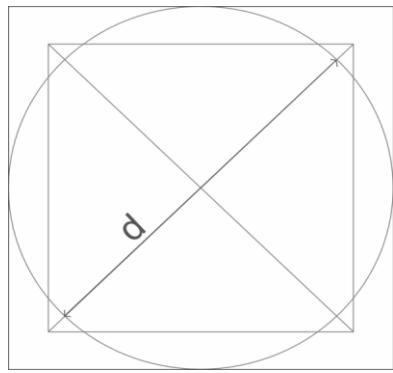


Рис. 12. Построение

И именно суть этих решений позволяет наблюдать ранее описанные пропорции, на которых в древности и зиждалась математика, и благодаря которым была выведена теорема, несправедливо носящая имя Пифагора [1, с. 21-39; 2, с. 39-57].

Практическая польза этой работы очевидна, т.к. отображённое в ней правильное значение числа « $\pi$ » открывает широкие возможности для практического применения математических расчётов.

Поставленные в этой работе цели следует считать достигнутыми, а поставленные в ней задачи выполненными.

#### **Список литературы / References**

1. Коростелев С.П. Направление движения научной мысли на примере её движения в математике. Часть 1 // Вестник науки и образования, 2019. № 13 (67). Ч. 1. С. 21-39.
2. Коростелев С.П. Направление движения научной мысли на примере её движения в математике. Часть 2 // Вестник науки и образования, 2019. № 13 (67). Ч. 1. С. 39-57.
3. Сборник формул по математике / Ответственный редактор А.А. Лаврентьев. М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2003. 159 с. (Карманный справочник).