
ЭЙНШТЕЙН И МАТЕМАТИКИ (К 100-ЛЕТИЮ СОЗДАНИЯ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ)

Вл.П. Визгин

*Институт истории естествознания
и техники им. С.И. Вавилова РАН*



В статье, посвященной столетию создания общей теории относительности, рассматривается история разработки теории от принципа эквивалентности (1907 г.) до получения правильных, общековариантных уравнений гравитации в ноябре 1915 г. Особое внимание уделяется математике и математикам (Г. Минковскому, М. Гроссману, Д. Гильберту), сыгравшим значительную роль в этой истории. Показано, что, несмотря на это, решающий вклад в создание теории внес «физик до мозга костей» А. Эйнштейн, но не сам по себе, а в процессе «сильного взаимодействия» с упомянутыми математиками. Отмечается также, что с начала 1920-х гг. Эйнштейн становится лидером геометрической полевой программы синтеза физики, инициированной, прежде всего, геттингенскими математиками. При этом он присоединился к ним, полагая, что «настоящее творческое начало присуще именно математике».

Ключевые слова: история теории относительности, общая теория относительности, тензорно-геометрическая концепция гравитации, риманова геометрия, общековариантные уравнения гравитационного поля, геометрическая полевая программа, взаимосвязь физики и математики, А. Эйнштейн, Г. Минковский, М. Гроссман, Д. Гильберт, Г. Вейль.

Люди, подобные Эйнштейну и Нильсу Бору, во тьме прокладывали путь к своим концепциям – общей теории относительности и теории строения атома, – руководствуясь опытом и воображением, отличным от тех, которыми пользуются математики, хотя математика, несомненно, и для них играет важную роль.

Г. Вейль [1. С. 254–255]

...Das eine ist sicher, das ich mich im Leben noch nicht annähernd so geplagt habe, und dass ich grosse Hochachtung für die Mathematik eingeflösst bekommen habe, die ich bis jetzt in ihren subtileren Teilen in mein-

er Einfalt für puren Luxus ansah! Gegen dies Problem ist die ursprüngliche Relativitätstheorie eine Kinderei¹.

А. Эйнштейн [2. P. 505]

...Исследователи, работающие на разных поприщах, и в частности физики, не имеют времени, а нередко также и случая убедиться, не находятся ли уже готовыми в кладовых чистой математики те логические орудия, в которых они нуждаются – что между прочим влечет за собой известную свежесть в их мыслях. Наступающее впоследствии соглашение с профессиональными математиками – представляющееся мне весьма важным делом, так как благодаря ему мысли приобретают более точный характер и открываются всякого рода связи – предполагает прежде всего перевод употребляемых там и сям способов выражения на другой язык.

Ф. Клейн [3. С. 153–154)]

Введение

В конце ноября 2015 г. исполняется 100 лет со времени завершения основ общей теории относительности (ОТО). Именно тогда А. Эйнштейном и параллельно математиком Д. Гильбертом были получены правильные общековариантные уравнения гравитационного поля, составляющие квинтэссенцию ОТО, которая в сущности является релятивистской теорией гравитации. Но Гильберт, патриарх Геттингена, – не единственный математик, который внес существенный вклад в создание ОТО и последующее ее развитие в героические начальные годы (до 1915 г. и после 1915 г. – в дальнейшие 5–7 лет).

Выделим, прежде всего, первую главную тройку-пятерку математиков-«релятивистов». Это А. Пуанкаре и Г. Минковский, разработавшие четырехмерную математическую формулировку специальной теории относительности, ставшую важной предпосылкой при построении ОТО. Далее, это М. Гроссман, друг и коллега А. Эйнштейна по Цюрихскому политехническому институту, специалист по геометрии, соавтор Эйнштейна, который помог ему освоить риманову геометрию. И, наконец, это Гильберт, который получил правильные уравнения гравитации примерно тогда же, когда и Эйнштейн, но несколько иным путем. Может быть, к этой четверке стоит добавить еще одного патриарха Геттингена Ф. Клейна, который связал кон-

¹ «...Одно точно: никогда в жизни я так не мучился, и теперь мне внушает большое уважение математика, тонкости которой раньше я по своей ограниченности считал роскошью. По сравнению с этой проблемой первоначальная теория относительности является просто детской игрушкой» (Из переписки Зоммерфельда с Эйнштейном // Зоммерфельд А. Пути познания в физике. М.: Наука, 1973. С. 191).

цепцию Минковского со своей «Эрлангенской программой» 1872 г. и затем внес определенный вклад в понимание принципиальных проблем ОТО.

Дальнейшее развитие ОТО было связано с двумя направлениями. Первое – это геометрическая полевая программа синтеза физики, нацеленная на построение единой теории гравитационного и электромагнитного полей. Второе – это применение ОТО в космологии. Первому направлению Эйнштейн отдал более 30 лет жизни, но решающего успеха не достиг. Второе направление, порожденное эйнштейновской работой 1917 г., было более успешным и даже триумфальным – оно привело к современной релятивистской космологии, подтвержденной значительным наблюдательным материалом. Но у истоков первого направления стояли тоже математики: сам Гильберт и его ученик Г. Вейль, а также математик Т. Калуца. Общая идея единой теории гравитации и электромагнетизма принадлежала Гильберту, а Вейль и Калуца выдвинули два главных варианта такой теории, которые легли в основу геометрической полевой программы (четырёхмерное обобщение римановой геометрии и пятимерная риманова геометрия).

Что касается второго направления, а именно космологии, то ее основной вариант, который получил значительное развитие и наблюдательное подтверждение, именно нестационарная модель, был развит советским математиком и механиком А.А. Фридманом. Наконец, пророками идеи геометризации физического взаимодействия были также математики; в умеренном варианте великий Б. Риман, а в радикальном варианте английский математик У. Клиффорд.

Ниже мы более подробно рассмотрим эту несколько необычную особенность теории относительности и ее формирования. Но начнем со связанного с этой особенностью теории некоего мифа, с которым мне приходилось встречаться и который при поверхностном рассмотрении истории создания и развития ОТО как бы напрашивается: решающий вклад в создание и развитие этой теории внесли математики, а вовсе не физик Эйнштейн. После этого мы попытаемся более реалистически оценить меру вклада в ОТО математиков и физиков, прежде всего Эйнштейна.

Схема мифа о «математическом происхождении» ОТО

Согласно Э. Уиттекеру, тоже в первую очередь математику, который написал двухтомную книгу по истории физики XIX–XX вв., СТО была создана прежде всего А. Пуанкаре, который, кстати говоря, первым ввел четырехмерное представление теории [4]. Следующий шаг на этом пути сделал математик Г. Минковский, который положил это представление в основу СТО и развил четырехмерное тензорное исчисление и понятие четырехмерного пространства-времени как физической реальности.

Эйнштейн, недооценивавший математику и недостаточно серьезно ее изучавший в Цюрихском политехе (а одним из его преподавателей как раз был Минковский), поначалу отнесся к четырехмерию (или четырехмирию)

без особого интереса, решив, что к физике прямого отношения оно не имеет (см. [5, 6]).

Когда Эйнштейн занялся построением релятивистской теории тяготения (1907–1912), он в течение почти пяти лет мучился с распространением физического принципа эквивалентности на произвольные поля, действуя как физик. Но только перейдя на математические рельсы и прибегнув к помощи студенческого друга математика М. Гроссмана, он сдвинулся с мертвой точки. При этом ключевой идеей было взятие за основу четырехмерного метрического подхода Минковского. Итак, Минковский плюс Гроссман привели к созданию тензорно-геометрической концепции гравитации – основы ОТО. Основной тензор кривизны, фигурирующий в уравнениях гравитации, именно тензор Риччи R_{ik} , появился в той части совместной статьи Эйнштейна и Гроссмана, которая была написана последним [7]. Математика вела к правильному выбору, но физические соображения, конечно, принадлежащие физике Эйнштейну, помешали решиться на этот выбор. На заключительной стадии Д. Гильберт, включившийся в разработку тензорно-геометрической теории Эйнштейна–Гроссмана почти одновременно с Эйнштейном (и даже на пять дней раньше его!) нашел правильные уравнения гравитации (см. [8–10]).

В результате путь, ведущий от СТО к ОТО, выглядит так: адекватная формулировка СТО, нужная для перехода к ОТО, принадлежит Пуанкаре, Минковскому и отчасти Клейну; следующий шаг был бы невозможен без Гроссмана, которому принадлежит идея построения уравнений гравитации с помощью тензора Риччи (и, значит, его вклад в формирование тензорно-геометрической концепции гравитации определяющий); наконец, Гильберт выводит правильные общековариантные уравнения гравитации, найдя впервые нужное выражение для лагранжиана гравитационного поля. В цепочке исследователей, внесших решающий вклад в разработку ОТО, – Пуанкаре, Минковский, Гроссман, Гильберт – мы не находим Эйнштейна! Его, конечно, можно включить, но, в общем-то, можно обойтись и без него. И эта цепочка состоит из выдающихся математиков, хотя Гроссмана к таковым обычно не относят.

Уместно теперь продлить эту цепочку в прошлое (найти пророков геометризации физики) и в будущее (назвать тех, кто принял в дальнейшем активное участие в развитии ОТО).

Пророки хорошо известны – это как минимум математики Б. Риман и У. Клиффорд [10, 11]. Первый заложил основы многомерной римановой геометрии и в своей провидческой работе 1854 г. отметил, что метрика пространства может определяться внешними (физическими) факторами. Второй предположил в 1870 г., что вещество и физические взаимодействия можно истолковать как проявление кривизны пространства. Таким образом, одни корифеи математики предвидели то, что реализовали другие.

Но вот теория создана. Не вполне понятно, правда, почему она называется теорией Эйнштейна. Возможно, потому, что итоговая, обобщающая ра-

бота «Основы общей теории относительности» (1916) была написана именно им. И два главных направления развития этой теории – космология и геометрическая полевая программа синтеза физики – получают решающее развитие также, прежде всего, в трудах математиков. Правда, Эйнштейн первым применяет ОТО к космологии (1917 г.), но его стационарная модель вскоре признается ошибочной. К концу 1920-х гг. верх берет нестационарная модель («расширяющаяся Вселенная»), выдвинутая советским математиком и механиком А.А. Фридманом в 1922 г. и поддержанная затем Ж. Леметром и наблюдениями американского астронома Э. Хаббла [9, 10].

Другое направление, которое с начала 1920-х гг. и до конца жизни упорно разрабатывал Эйнштейн и которое именуется геометрической полевой программой синтеза физики, также было инициировано математиками: самим Гильбертом, его выдающимся учеником Г. Вейлем и почти неизвестным никому немецким математиком Т. Калуцей (см. [14]). Кстати говоря, Гильберт получил уравнения гравитации в рамках своей единой теории гравитации и электромагнетизма, в которой уравнения электромагнитного поля рассматривались как следствие уравнений гравитации. Этот вариант объединения полей оказался вырожденным и в дальнейшем не использовался. Зато два других варианта единой теории, принадлежащие Вейлю (1918) и Калуце (1921), соответственно обобщение четырехмерной римановой геометрии на пространства аффинной связности и пятимерное обобщение римановой геометрии, стали базовыми для эйнштейновской программы. Причем сначала Эйнштейн весьма критично отнесся ко всем трем вариантам единой теории поля, но затем стал лидером всей программы, поочередно увлекаясь то неримановыми обобщениями, то римановым пятимерием.

Эта программа так и не привела к успеху, несмотря на то, что время от времени к ней подключались такие математики, как Э. Картан, Т. Леви-Чивита, Я. Схоутен и др., и на то, что Эйнштейну в расчетах нередко помогали его более молодые математические соавторы (В. Баргман, П. Бергман, Я. Громмер, Б. Кауфман, В. Майер, Э. Страус и др.). Таким образом, математики совратили Эйнштейна, сбили его на ошибочный путь; в каком-то смысле он изменил своему, физическому способу мышления, который привел его к СТО, принципу эквивалентности, важным результатам в области квантовой теории. Но саму эту геометрическую программу математики и предвидели, и фактически выдвинули.

Из этой картины событий можно было бы сделать некоторые негативные выводы, касающиеся ОТО и вклада Эйнштейна в ее построение. С одной стороны, хотя Эйнштейн и занимался этой теорией, основной вклад в ее формирование внесли математики. Подобно тому, как СТО следовало бы именовать теорией Пуанкаре–Минковского, ОТО нужно называть не теорией Эйнштейна, а теорией Гроссмана–Гильберта. С другой стороны, ОТО как физическая теория имеет в известном смысле вырожденный характер: математика в ней явно гипертрофирована, а экспериментально-эмпирическая сторона выражена крайне слабо. При этом обращается внимание на то, что

Нобелевской премией Эйнштейн был удостоен не за теорию относительности, а за вклад в квантовую теорию. Это можно толковать двояко: либо эти теории не имели достаточного экспериментального подтверждения (особенно ОТО), либо эйнштейновский вклад в их создание не выглядел значительным. Сам Эйнштейн также преувеличивал свой вклад в создание ОТО, когда говорил, что если бы он не сделал свою работу по СТО, то эту теорию так или иначе завершили бы другие, но что ОТО – его детище и что если бы не он, то в такой форме релятивистская теория гравитации появилась бы значительно позже [10]. «Математическая» реконструкция формирования ОТО вроде бы опровергает это предположение Эйнштейна.

В «математической аномальности» ОТО усматриваются и многие последующие ее трудности и особенности развития. И то, что она до сих пор находится «на линии огня» (постоянно подвергаясь экспериментальным проверкам и сопоставлению с выдвигаемыми вновь и вновь альтернативными теориями). И то, что в ней возникают сингулярности и, в частности, такие парадоксальные объекты, как черные дыры. И то, что в релятивистской космологии, основанной на ОТО, всерьез обсуждается поведение Вселенной на немыслимо малых расстояниях и временах порядка 10^{-30} см и сек, которые никогда не будут доступны эксперименту. Наконец, затянувшийся «физический застой» в теории струн объясняется тем, что эта теория является наследницей ОТО и геометрической полевой программы и потому, несмотря на ее «математические красоты», обречена на отрыв от эксперимента, патологическую множественность моделей и тем самым на неуспех.

Вернемся теперь к истории формирования ОТО и, отдавая должное математике и математикам, рассмотрим более внимательно соотношение физического и математического аспектов этой истории. И тем самым произведем своего рода демифологизацию описанной схемы.

Дорелятивистские годы

Не только математики Риман и Клиффорд были провозвестниками геометризации физики, но и замечательный физик Дж. Фитцджералд (1851–1901). Он не только «первым предположил..., что движение в эфире влияет на размеры твердых молекулярных образований» (сокращение Фитцджералда–Лоренца), как заметил Дж. Лармор (цит. по [10. С. 120]), но уже в 1894 г. предположил, что «тяготение может быть обусловлено изменением структуры эфира, созданным присутствием материи» (цит. по [4. С. 239]). «Эфир Фитцджералда Эйнштейн назвал просто “пространством”, или “пространством-временем”, – заметил Уиттекер, – а несколько туманный термин Фитцджералда “структура” превратился у Эйнштейна в более точный – “кривизна”. Таким образом, мы получаем центральный постулат теории Эйнштейна: “тяготение обусловлено изменением кривизны пространства-времени, созданным присутствием материи”» [4. С. 239].

Конечно, Эйнштейна с детских лет влекла природа, физика («чудо компаса»). Но несколько позже он испытал второе чудо – «чудо евклидовой

геометрии» [15. С. 261–262]. Именно тогда он впервые оценил мощь аксиоматико-дедуктивного метода, который впоследствии использовал при построении СТО. В возрасте 12–16 лет он познакомился с основами математического анализа и аналитической геометрии. И это было «поистине увлекательно», в них «были взлеты, по силе впечатления не уступавшие “чуду” элементарной геометрии» [Там же. С. 263]. И, будучи студентом, он постоянно изучал насыщенные математикой труды великих теоретиков Г. Кирхгофа, Г. Гельмгольца, Г. Герца и др., иногда в ущерб математическим лекциям математиков А. Гурвица, Г. Минковского и др. Таким образом, он ценил математику, изучал ее, понимал ее важность для физики и, как показывают его ранние работы, весьма основательно владел основами математической и теоретической физики. В некотором смысле он оправдывал символический девиз своего родного города Ульма: “Ulmenses sunt mathematici” (то есть «Уроженцы Ульма – математики» [5. С. 17]). Впрочем, другие уроженцы Ульма не оставили значительных следов в математике, за исключением великого И. Кеплера, который родился вблизи этого швабского города.

Специальная теория относительности: Эйнштейн, Пуанкаре, Минковский

До сих пор не существует единого мнения о мере вклада Эйнштейна и Пуанкаре в создание СТО. Наиболее взвешенная оценка раньше других была дана В. Паули, который считал, что Пуанкаре первым описал группу Лоренца, но не сделал неких решающих шагов и что эти шаги были сделаны Эйнштейном [13. С. 12–13]. Эйнштейн не только систематически развил теорию на основе двух аксиом, наподобие евклидовой геометрии, но и дал полную операционально-измерительную интерпретацию кажущихся парадоксальными свойств пространства и времени. «В совпадении результатов, полученных независимо друг от друга Эйнштейном и Пуанкаре, – отмечал впоследствии тот же Паули, – я усматриваю глубокий смысл гармонии математического метода и анализа, проводимого с помощью мысленных экспериментов, опирающихся на всю совокупность физического опыта» [17. С. 189]. К тому же Эйнштейн в своей работе 1905 г., как и Пуанкаре, фактически вскрыл групповой характер преобразований Лоренца.

Таким образом, систематическое построение СТО и ее современная физическая интерпретация принадлежат Эйнштейну (см. также [18, 19]). И хотя Пуанкаре, открыв и описав математическую структуру СТО, в дальнейшем, судя по всему, остался на эфирно-электромагнитных позициях, он по праву считается одним из главных творцов теории. «Нельзя, однако, не признать того, – писал И.Ю. Кобзарев, – что открытая Пуанкаре группа Лоренца в принципе содержала уже все», т.е. основы СТО [19. С. 43].

Конечно, математик Пуанкаре опирался на основные физические работы по электродинамике движущихся тел, прежде всего, Х.А. Лоренца. Математик и физик-теоретик соединились в нем очень органично (к ним можно добавить и философа).

Мы знаем также, что Пуанкаре открыл и возможность четырехмерного представления группы Лоренца, предвосхитив концепцию математика Г. Минковского. Но он, в отличие от последнего, использовал это представление только как удобный математический прием для вычисления релятивистских инвариантов. Минковский же сформулировал СТО как теорию инвариантов группы Лоренца на языке четырехмерной псевдоевклидовой геометрии [6].

Четырехмерная формулировка СТО в настоящее время – это общепризнанное современное представление этой теории, не просто математический аппарат ее, а представление, пронизанное глубоким физическим смыслом. Можно согласиться с Р. Пенроузом, заметившим, что «специальная теория относительности оставалась неполной, несмотря на удивительную физическую интуицию Эйнштейна и значительный вклад Лоренца и Пуанкаре, пока Минковский не сформулировал свой фундаментальный революционный взгляд на пространство-время» [20. С. 350].

Эйнштейн поначалу явно недооценил значение четырехмерного мира Минковского, но на пути от принципа эквивалентности к тензорно-геометрической концепции гравитации, ставшей ядром ОТО, четырехмерие сыграло ключевую роль [6]. Но для того чтобы пройти этот путь, именно Эйнштейну пришлось проделать большую «физическую» работу.

Тензорно-геометрическая концепция гравитации: Эйнштейн, Минковский, Гроссман

У истоков ОТО мы видим одного Эйнштейна, который, пытаясь распространить теорию относительности на гравитацию, открывает принцип эквивалентности. Опираясь на факт равенства инертной и гравитационной масс, он приходит к эквивалентности однородного поля тяготения и равноускоренной системы отсчета (1907). Далее, на протяжении почти пяти лет Эйнштейн без особого успеха пытается применить принцип эквивалентности для построения теории произвольных гравитационных полей. И только после того, как он увидел, что для получения уравнений движения частицы в гравитационном поле можно использовать соответствующую четырехмерную вариационную формулировку закона движения Минковского:

$$\delta \int ds = 0,$$

где ds – метрика четырехмерного пространства-времени СТО ($ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$), дело сдвинулось с мертвой точки. Надо было только перейти к более общему выражению для метрики, которое подсказывалось принципом эквивалентности. Тем самым требовался синтез этого принципа с четырехмерием – этих двух главных предпосылок релятивистской теории тяготения. Эйнштейн понимал, что тут нужна какая-то новая геометрическая теория, похожая на гауссову теорию поверхности [6, 8, 10, 21].

И здесь появляется математик, специалист по геометрии, М. Гроссман, студенческий друг Эйнштейна, к которому он обращается за помощью. До этого момента Гроссман никогда не занимался физикой. Он сразу понял, что Эйнштейну нужна риманова геометрия, которая после Римана была значительно продвинута вперед работами Э.Б. Кристоффеля, а затем Г. Риччи и Т. Леви-Чивитой. Они называли эту геометрическую теорию абсолютным дифференциальным исчислением. Заметим, что Эйнштейн во время учебы в Цюрихском политехникуме, не проявляя большого рвения в изучении математики, некоторые математические курсы слушал с интересом и энтузиазмом. «Захватывали меня, – вспоминал он в “Автобиографических набросках” 1955 г., – также лекции профессора Гейзера по дифференциальной геометрии, которые были настоящими шедеврами педагогического искусства и очень помогли мне позже в борьбе, развернувшейся вокруг общей теории относительности» [22. С. 351]. Этот запас знаний по дифференциальной геометрии в сочетании с концепцией Минковского позволил ему продвигаться достаточно далеко и понять, как от четырехмерной вариационной метрической формулировки принципа инерции в СТО перейти к соответствующей формулировке уравнений движения частиц в произвольных гравитационных полях. Нужно было только перейти от метрики Минковского к метрике

$$ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k,$$

причем «предположение о том, что это поле можно превратить в псевдоевклидово с помощью простого преобразования координат» нужно было отбросить [Там же. С. 354]. «Тем самым проблема гравитации была сведена к чисто математической. Существуют ли дифференциальные уравнения для g_{ik} , которые инвариантны относительно нелинейных преобразований координат? Такие и только такие дифференциальные уравнения принимались во внимание как уравнения гравитационного поля» [Там же].

Именно на этой стадии Эйнштейну понадобилась помощь Гроссмана. Эйнштейн переезжает из Праги в Цюрих, и с августа 1912 г. начинается сотрудничество, которое только к июню 1913 г. привело к их совместной статье «Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation» [7]. Гроссман, как вспоминал Эйнштейн, «хотя охотно согласился совместно работать над проблемой, но все-таки с тем ограничением, что он не берет на себя никакой ответственности за какие-либо физические утверждения и интерпретации» [Там же. С. 355]. Не будем преуменьшать роль Гроссмана, ведь именно «он тщательно просмотрел литературу и скоро обнаружил, что указанная математическая проблема была уже решена Риманом, Риччи, и Леви-Чивитой. Это развитие в целом примыкало к теории кривизны поверхностей Гаусса». Уже Риман «показал, как из поля тензоров g_{ik} можно получить вторые производные. Из этого следовало, как должны выглядеть уравнения поля гравитации в случае, если поставлено требование инвариантности относительно группы всех непрерывных преобразований координат» [Там же]. Так что идея использования тензора Риччи для урав-

нений гравитационного поля, скорее всего, была предложена Гроссманом. Но это все проходило в совместной работе, где бесспорным лидером был физик Эйнштейн, который в течение 1912 г. уже второй раз убедился в конструктивной мощи математики. Первый раз – это была переоценка идей Минковского, «без которых общая теория относительности... быть может, оставалась бы в зачаточном состоянии» [23. С. 559]. А теперь это была риманова геометрия и тензорный анализ. 29 октября 1912 г. Эйнштейн писал А. Зоммерфельду из Цюриха: «Теперь я занимаюсь исключительно проблемой гравитации и надеюсь, что с помощью одного здешнего друга, математика, все трудности будут преодолены. Но одно точно: никогда в жизни я так не мучился, и теперь мне внушает большое уважение математика, тонкости которой я по своей ограниченности считал роскошью» [24. С. 191] (см. второй эпиграф).

В итоге Эйнштейн и Гроссман в упомянутой совместной статье пришли к тензорно-геометрической концепции гравитации, согласно которой метрика (точнее компоненты метрического тензора g_{ik}) получали двойное толкование: с одной стороны, они определяли геометрию пространства-времени, а с другой – были компонентами тензорного потенциала гравитационного поля. Это было четко обосновано и сформулировано в «Физической части», принадлежащей Эйнштейну. В «Математической части», написанной Гроссманом, обсуждались общековариантные уравнения гравитационного поля с использованием тензора кривизны Риччи R_{ik} :

$$R_{ik} = -x T_{ik},$$

где T_{ik} – тензор энергии-импульса материи.

И это был правильный путь. Но, не сумев согласовать эти уравнения с некоторыми физическими требованиями, выражающимися в таких методологических принципах физики, как принципы соответствия, сохранения, причинности, авторы ошибочно решили, что полевые уравнения не могут быть общековариантными. Поскольку же Эйнштейн был ведущей фигурой и именно он отвечал за физику, то в отказе от правильного решения повинен, в первую очередь, он. Все-таки некоторые претензии можно предъявить и Гроссману, так как к этому времени были уже известны тождества Л. Бьянки, из которых, в частности, следовало, что в левой части уравнения поля должен стоять не тензор Риччи, а более сложное выражение $(R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R)$. Тогда уже в 1913 г. они имели бы правильные общековариантные уравнения поля, а именно:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -x T_{ik},$$

которые, скорее всего, им удалось бы согласовать с физическими требованиями. Об этих тождествах искушенный знаток геометрии должен был бы знать. Похоже, что ни Гроссман, ни тем более Эйнштейн о них не знали [10].

**Общековариантные уравнения гравитационного поля:
Эйнштейн и Гильберт (см. [9, 10])**

С 1913 г. до середины октября 1915 г. Эйнштейн оставался на позициях двойной ковариантности теории гравитации. Сначала теория строилась как общековариантная конструкция, но затем приходилось накладывать некоторые ограничения и искать уравнения поля, ковариантные относительно более широкой группы, чем лоренцева, но более узкой, чем произвольные непрерывные преобразования. Одна из работ в этом направлении была сделана Эйнштейном совместно с Гроссманом, все остальные работы этого периода (1913–1915 гг.) были выполнены одним Эйнштейном. Особого успеха они не имели, хотя по ряду замечаний, сделанных им в статьях и письмах 1914–1915 гг., можно предполагать, что аргументы против общей ковариантности полевых уравнений, связанные с принципом соответствия (т.е. получением ньютоновского приближения) и законом сохранения энергии-импульса, если и не были преодолены полностью, то, во всяком случае, были существенно ослаблены.

И здесь на арене борьбы за общую ковариантность уравнений гравитации появляется новая математическая фигура, один из патриархов Геттингена Д. Гильберт, который с 1913 г. размышляет над фундаментальными проблемами физики, надеясь на то, что новейшие достижения в области электродинамики и теории относительности позволят ему, наконец, решить проблему аксиоматизации физики (6-я проблема Гильберта, выдвинутая им в докладе «Математические проблемы» в 1900 г. на 2-м Международном конгрессе математиков в Париже) [25]. Критическим для него стал как раз 1913 г., когда появилась нелинейная электродинамическая теория материи Г. Ми и тензорно-геометрическая теория гравитации Эйнштейна–Гроссмана.

Чтобы лучше понять последнюю, Гильберт приглашает Эйнштейна в Геттинген, и Эйнштейн там с 29 июля по 7 августа 1915 г. читает небольшой курс лекций для Гильберта, Ф. Клейна и других геттингенских математиков и физиков. Из писем Эйнштейна и Гильберта июля-августа 1915 г. можно заключить, что эти лекции и их обсуждение были стимулирующими для обоих. Эйнштейн в письме Г. Цангеру пишет: «Сейчас с теорией тяготения все стало ясно...», а Гильберт – к Шварцшильду пишет о том, что лекции Эйнштейна были событием. Судя по письму Эйнштейна Х.А. Лоренцу от 12 октября 1915 г., к этому времени он близок к тому, чтобы вернуться к общековариантным уравнениям гравитации.

Наступает драматический ноябрь 1915 г., когда оба – Физик и Математик – выходят на финишную прямую и в течение трех недель доводят до завершения свои работы, столетний юбилей результатов которых отмечается в этом году физиками всего мира. Не будем детально реконструировать последовательность событий.

Суть дела в том, что физик Эйнштейн, осознав необходимость возвращения к идее общей ковариантности уравнений гравитации, а тем самым к

использованию тензора Риччи R_{ik} , сначала пытаются выяснить, в каких случаях уравнение Эйнштейна–Гроссмана

$$R_{ik} = -xT_{ik}$$

приводит к разумным физическим результатам. Он полагает, что оно будет верным, если в качестве материи рассматривается только электромагнитное поле, для которого след тензора энергии-импульса $T=0$. Второй, очень важный случай – это расчет движения перигелия орбиты Меркурия и отклонение света в гравитационном поле на основе уравнения $R_{ik} = 0$. Эта работа была доложена на заседании Прусской академии наук 18 ноября (и опубликована 25 ноября), в этой работе впервые было объяснено аномальное смещение перигелия Меркурия и дан правильный расчет отклонения света в гравитационном поле (в два раза больший, чем таковой, вычисленный лишь с помощью принципа эквивалентности). Это подтвердило правильность возвращения к тензору Риччи. Еще через неделю, 25 ноября, Эйнштейн, опираясь на соображения, связанные с законом сохранения энергии, получает общековариантные уравнения гравитации в форме

$$R_{ik} = -x \left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T \right).$$

Но в это время Гильберт, которому Эйнштейн послал свою первую работу и последующие, сопровождая их письмами, напряженно работал над своей аксиоматически сформулированной единой теорией гравитационного и электромагнитного полей и сначала 13 ноября в письме Эйнштейну излагает суть своей теории, а затем не позже 18 ноября посылает ему корректуру своего доклада «Основания физики», который он делает 20 ноября в Геттингенском математическом обществе. В этом докладе фактически из общековариантного вариационного принципа, в котором в качестве гравитационной части лагранжиана используется скалярная кривизна K , он получает, в частности, правильные общековариантные уравнения гравитации в форме

$$\sqrt{g} \left(K_{\mu\nu} - \frac{1}{2} K g_{\mu\nu} \right) = - \frac{\partial \sqrt{g} \mathbf{L}}{\partial g_{\mu\nu}},$$

здесь $K_{\mu\nu}$ – тензор Риччи, K – скалярная кривизна, а правая часть – тензор энергии-импульса нелинейной электродинамики Ми.

Тексты докладываемых работ и красноречивая содержательная переписка (наиболее яркие места из нее мы приводим ниже) отчетливо показывают различие целей и подходов физика и математика, желающего внести свой вклад в физику. Физик (Эйнштейн), занятый поиском уравнений гравитации, действует индуктивно, двигаясь последовательно и опираясь на физические аргументы и экспериментально-эмпирические подтверждения правильности выбранного пути. Математик же (Гильберт), ставя задачу аксиоматического построения фундамента физики, действует дедуктивно, опираясь на применение мощных математических методов (вариационное исчисление, теория непрерывных групп, риманова геометрия) к синтезу еще не завершённой теории Эйнштейна и физически ненадежной, но кажущейся перспективной нелинейной электромагнитной теории материи Г. Ми.

Вот несколько фрагментов из переписки наших героев. 7 ноября Эйнштейн сопровождает посланную Гильберту корректуру доклада от 4 ноября следующими словами: «...Я изменил свои гравитационные уравнения (т.е. вернулся к уравнениям с тензором Риччи. – *В.В.*), после того как примерно 4 недели назад понял иллюзорность моей прежней аргументации. Зоммерфельд писал мне, что Вы тоже нашли в моем супе волос, что сделало его совершенно неприемлемым для Вас (очевидно, речь идет о нековариантном подходе Эйнштейна к полевым уравнениям 1914–1915 гг. – *В.В.*)» (цит. по [9. С. 1363]).

В письме от 13 ноября Гильберт кратко, но весьма точно излагает существо своей работы, которую он сначала собирался докладывать 16 ноября, но затем его доклад был перенесен на 20 ноября: «...Я считаю свою теорию математически идеальной, хотя математические выкладки не выглядят вполне прозрачными и, строго говоря, не соответствуют аксиоматическому методу... Уравнения электродинамики на основе одной общей теоремы (это тождество Бьянки, оно же будет потом известно как 2-я теорема Э. Нетер. – *В.В.*) оказывается математическим следствием гравитационных уравнений. Таким образом, гравитация и электромагнетизм перестают быть совершенно различными сущностями. Понятие энергии... образует основу для дальнейшего построения... Из него следуют на основе очень простой аксиомы еще четыре недостающих «пространственно-временных» уравнения... (последнее замечание достойно особого внимания, поскольку в нем идет речь об аксиоме, которой нет в опубликованной версии доклада, и об ограничении общей ковариантности, которого там тоже нет. – *В.В.*)» [9. С. 1393]. Эйнштейн, получив корректуру доклада Гильберта, пишет ему 18 ноября о совпадении гравитационных уравнений Гильберта с его уравнениями, что может означать, что в присланной версии доклада Гильберта уравнения гравитации с половинным членом не были явно выписаны, и продолжает: «...Трудность (с получением уравнений гравитации. – *В.В.*) была не в том, чтобы найти общековариантные уравнения для $g^{\mu\nu}$; это можно было легко сделать с помощью тензора Римана (тензор Риччи – свертка этого тензора 4-го ранга по двум индексам. – *В.В.*). Очень трудно было понять, что эти уравнения являются простым и естественным обобщением ньютоновского закона... Это удалось мне сделать лишь в последние недели... Сегодня я передал в Академию работу, в которой без каких-либо дополнительных гипотез я количественно вывел из общей теории относительности движение перигелия Меркурия, открытое Леверрье» [Там же]. Наконец, Гильберт 19 ноября, буквально накануне своего доклада, сообщает Эйнштейну: «...Сердечнейшее поздравление по поводу решения проблемы движения Меркурия. Если бы я мог считать так же быстро, как Вы, то электрон должен был бы капитулировать перед лицом моих уравнений, а атом водорода принес бы свои извинения за то, что не излучает» [Там же]. Из последнего письма видно, что Гильберт надеялся получить электрон и его, «квантовое поведение» в атоме из уравнений своей единой теории поля. Из письма же

Гильберта от 13 ноября фактически видно, что текст первоначального доклада мог существенно отличаться от того, который был позже опубликован. И это, кстати говоря, подтвердилось, когда в 1997 г. в архиве Геттингенского университета нашлась вторая корректура доклада Гильберта с пометками автора (кстати, окончательный вариант доклада был опубликован только в марте 1916 г.) [9]. Мы не будем здесь вдаваться в обсуждение этой «тонкой структуры» открытия общековариантных уравнений гравитационного поля Эйнштейном и Гильбертом. Заметим только, что возникшее было осложнение в их отношениях, связанное с приоритетными претензиями, уже через месяц рассеялось и впоследствии никогда между ними не возникало.

Это краткое рассмотрение заключительного этапа взаимодействия Эйнштейна с математиками (на этот раз с Гильбертом) решительно опровергает утверждение о том, что именно математик, в силу математического характера ОТО, завершил создание этой теории. Эйнштейн и на этом этапе был локомотивом, ведущей фигурой, хотя не будем недооценивать вероятного влияния на него математика Гильберта и несомненный вклад последнего в открытие общековариантных уравнений гравитации, а также в формирование полевой геометрической программы синтеза физики.

Геометрическая полевая программа синтеза физики и космология:

Эйнштейн и математики

(Г. Вейль, Т. Калуца, А.А. Фридман и другие, 1917-1920-е годы)

Контуры гильбертовской единой теории, соответствующие провозглашенному им «теоретико-полевому идеалу» единства физики, были в кратчайшем виде набросаны в цитированном выше письме Гильберта Эйнштейну от 13 ноября 1915 г. Поначалу и даже спустя 1,5–2 года после создания ОТО Эйнштейн весьма скептически относился к такого рода объединению гравитационного и электромагнитного полей. Автор одной из лучших биографии Эйнштейна цитирует дневниковые записи швейцарского писателя Р.Я. Гумма, встречавшегося с Эйнштейном в мае 1917 г. Гумм в те годы интересовался теорией относительности и слушал лекции по физике и математике в Геттингене. Он интересовался мнением Эйнштейна о теории Гильберта и его попытке реализации «теоретико-полевого идеала единства». Вот его свидетельство: «Эйнштейн очень осторожен и – *физик до мозга костей* (курсив наш. – В.В.), он не спешит броситься в атаку на всеобщее, как мы в Геттингене... Я высказался в том смысле, что он мог бы использовать квантовую теорию, чтобы модифицировать теорию гравитации, в отличие от Гильберта, которому хотелось вывести квантовую теорию из теории гравитации (точнее, из его единой теории. – В.В.)». И далее он приводит ответ Эйнштейна: «...Из этого ничего не получится... Идея относительности не может дать ничего большего, чем теория гравитации. Мысль о том, чтобы построить силой своей фантазии картину мира, можно было бы назвать прекрасной, она могла бы дать известные результаты. Но история физики учит, что подобные попытки всегда заканчиваются неудачей... Разнообразие тен-

зоров (или соответствующих лагранжианов. – *B.B.*) так велико, что невозможно сказать, какие из них следует выбрать для обоснования электродинамики (точнее, ее нелинейного обобщения, которое бы содержало частицеподобные решения. – *B.B.*). К тому же экспериментальные данные слишком скудны, они еще не дают надежной путеводной нити» (цит. по [26. С. 126–127]). Это – 1917 г., в этом и последующем году Эйнштейн закладывает основы релятивистской космологии, разрабатывает теорию гравитационных волн, вопрос о законе сохранения энергии-импульса в ОТО. Он еще стоит на твердой, физической, основе. Но пройдет несколько лет, появятся новые, математически более заманчивые проекты объединения гравитации и электромагнетизма (теории Г. Вейля и Т. Калуцы, которые были прежде всего математиками), и Эйнштейн, очарованный их красотой, дерзостью и математической элегантностью, воспарит над физикой и надолго погрузится в туманные облака геометрической полевой программы [14].

Об этом процессе «воспарения» свидетельствуют многие высказывания Эйнштейна 1919–1921 гг., как и первые теоретические наброски, относящиеся к этому времени. Первые его аффинные варианты единой теории появляются в 1923–1924 гг., а спустя десять лет, в лекции «О методе теоретической физики» в Оксфорде (10 июня 1933 г.), после череды следующих друг за другом надежд и разочарований он – уже далеко не «физик до мозга костей», а скорее математик, верящий в силу математических прорывов, прозрений в познании физической реальности:

«Весь предшествующий опыт убеждает нас в том, что природа представляет собой реализацию простейших математически мыслимых элементов. Я убежден, что посредством чисто математических конструкций мы можем найти те понятия и закономерные связи между ними, которые дадут нам ключ к пониманию явлений природы. Опыт может подсказать нам соответствующие математические понятия, но они ни в коем случае не могут быть выведены из него. Конечно, опыт остается единственным критерием пригодности математических конструкций физики. Но настоящее творческое начало присуще именно математике. Поэтому я считаю в известном смысле оправданной веру древних в то, что чистое мышление в состоянии постигнуть реальность» [27. С. 184].

«Фазовый переход» – превращение Эйнштейна из «физика до мозга костей» в «математика», подобного Гильберту и Вейлю, – свершился. Впрочем, он произошел уже в начале 1920-х гг., но зафиксирован в яркой, афористичной форме несколько позже. С. Вайнберг, размышляя об ошибках Эйнштейна, замечает, что «вероятно, наиболее значительной ошибкой Эйнштейна было то, что он стал пленником своего собственного успеха» [28. Р. 33], связанного с геометризацией гравитации и ОТО, когда всерьез и надолго увлекся «построением единой теорией поля на основе геометрических принципов» [Там же].

Вернемся к математикам, которые внесли основной вклад в геометрическую полевую программу на раннем этапе. Тут их приоритет неоспорим, ес-

ли не считать саму ОТО, которая стала выдающимся образцом геометризации физических взаимодействий. Способ объединения гравитационного и электромагнитного полей в теории Гильберта был на редкость странным и нефизичным. Уравнения электродинамики рассматривались как следствие уравнений гравитации. При этом предполагалось, что вместо уравнений Максвелла надо опираться на весьма сомнительное (калибровочно неинвариантное и неоднозначное) их обобщение на основе нелинейной электромагнитной теории материи Ми. Но ученик Гильберта, принявший от него эстафету увлеченности физикой и ее философскими проблемами, Г. Вейль выдвинул в 1918 г. первый образцовый вариант геометрического объединения гравитационного и электромагнитного полей, основанный на расширении четырехмерной римановой геометрии до одного из вариантов геометрии аффинной связности. При этом электромагнитные потенциалы получали чисто геометрическое толкование, как и гравитационные, и оба поля геометризались наравне в некоторой обобщенной геометрии четырехмерного пространства-времени (см. о Вейле и его теории [14, 29–31]).

В следующем году малоизвестный кенигсбергский математик Т. Калуца, изучавший математику в Геттингене и Кенигсберге, показал, что если от четырехмерной римановой геометрии перейти к пятимерной римановой геометрии, то появляется возможность геометрического толкования четырех компонент электромагнитного потенциала. Конечно, Калуца ссылаясь на теорию Вейля. Как и Вейль, он послал свою работу Эйнштейну, после замечаний которого статья была доработана и, как и статья Вейля, опубликована в «Докладах Прусской академии наук» в 1921 г. [32] (см. также [14]).

Хотя Эйнштейн поначалу весьма критически воспринял обе единые теории, прежде всего в отношении их физической обоснованности, сами размышления над ними и их обсуждение подготавливали тот «фазовый переход» в стиле его теоретизирования, о котором говорилось выше. Кстати, оба молодых математика (они с 1885 г., и, значит, им не было и 35 лет, когда они предложили свои варианты единых теории поля) вполне осознавали масштаб и философское значение своих теорий. В знаменитой монографии «Пространство. Время. Материя» Вейль, имея в виду свою единую теорию, писал: «Мечта Декарта о чисто геометрической физике получает как будто свое воплощение удивительным и, конечно, вовсе не предусмотренным им образом...» [30. С. 379].

Весьма возвышенно высказывался и Калуца: «Несколько лет назад Г. Вейль... сделал поразительно смелый шаг к решению этой проблемы (т.е. проблемы построения единой теории поля. – В.В.) – одного из великих устремлений человеческого духа. Он еще раз радикально пересмотрел основания геометрии и ввел наряду с тензором $g_{\mu\nu}$ фундаментальный метрический вектор, истолковав его как электромагнитный потенциал q_μ . Это полная мировая метрика оказывается у него единым источником всех явлений природы. Здесь ставится та же цель, но выбран иной путь... Мысленно еще более полная реализация идеи единства, а именно, чтобы и гравитационное, и

электромагнитное поля выводились из одного-единственного универсального тензора» [32. С. 529].

Конечно, это не единственные математики, которые время от времени проявляли интерес к геометрической полевой программе. Назовем, например, Т. Леви-Чивиту, Я.А. Схоутена, О. Веблена, Л. Эйзенхарта, Д. ван Дантцига и др. В разное время едиными теориями поля занимались и многие выдающиеся физики, такие, как А.С. Эддингтон, В. Паули, Э. Шредингер, О. Клейн; из советских физиков – И.Е. Тамм, В.А. Фок, В.К. Фредерикс, Ю.Б. Румер и др. [11, 14].

Бесспорно значительное воздействие этого направления на развитие современной дифференциальной геометрии [11, 33]. Уже в начале 1930-х гг. Эйнштейн говорил о множестве проектов единой теории поля как о «кладбище погребенных надежд» [34. С. 401], но продолжал работать в этом направлении. И только в последней своей работе, опубликованной в 1955 г., он как будто, окончательно разочаровывается в том пути, на который его «завлекли» геттингенские математики: «Можно убедительно доказать, что реальность вообще не может быть представлена непрерывным полем. Из квантовых явлений, по-видимому, следует, что конечная система с конечной энергией может полностью описываться конечным набором чисел (квантовых чисел). Это, кажется, нельзя совместить с теорией континуума и требует для описания реальности чисто алгебраической теории» [36. С. 873]. И все-таки, хотя геометрическая полевая программа так и не привела к успеху, в процессе ее разработки было выдвинуто немало важных физических идей и математических методов, которые так или иначе повлияли на развитие фундаментальной физики, прежде всего, концепция калибровочных полей [14].

Второе направление, связанное с развитием ОТО на рубеже 1920-х гг., относится к релятивистской космологии. Основы ее были заложены в основном самим Эйнштейном в его основополагающей статье 1917 г. «Вопросы космологии и общая теория относительности» [35], когда он еще был, скорее, «физиком», чем «математиком». Впрочем, в вычислениях уже тогда ему помогал математик Я. Громмер, впоследствии его соавтор. Для обеспечения устойчивости трехмерного сферического замкнутого мира с постоянной положительной кривизной Эйнштейну пришлось ввести в гравитационные уравнения член с космологической постоянной Λ , которая позже была интерпретирована как особая антигравитирующая среда. Голландский астроном и физик-теоретик В. де Ситтер сразу же подхватил идеи Эйнштейна и разработал другую модель статической Вселенной с нулевой средней плотностью материи, но ненулевой космологической постоянной [13].

И тут появляется наш соотечественник, математик А.А. Фридман, который показывает, что космологические уравнения Эйнштейна содержат и нестационарные решения, которые можно интерпретировать как расширяющуюся Вселенную. Ученик выдающегося русского математика В.С. Стеклова, специалист по теории дифференциальных уравнений с частными производными, Фридман внес также значительный вклад в гидродинамику и ди-

намическую метеорологию и после возвращения в Петроград в 1920 г. заинтересовывается общей теорией относительности, очевидно под влиянием физика В.К. Фредерикса, вернувшегося из Геттингена, где он был ассистентом Д. Гильберта.

В.А. Фок, который слушал доклады Фридмана и Фредерикса по ОТО, вспоминал, что «Фредерикс глубоко понимал физическую сторону теории, но не любил математических выкладок, Фридман же делал упор не на физику, а на математику» и что «он стремился к математической строгости и придавал большое значение полной и точной формулировке исходных предпосылок» (цит. по [37. С. 32]). Фок также вспоминал, что «Фридман не раз говорил, что его дело – указать возможные решения уравнения Эйнштейна, а там пусть физики делают с этими решениями, что хотят» [Там же. С. 33]. Кстати говоря, за год до своей трагической кончины, будучи в Голландии, Фридман вместе с выдающимся голландским математиком Я. Схоутеном опубликовал статью об обобщении теории Вейля (1924), которую, как и геометрическую полевою программу в целом, он высоко ценил.

Все-таки космология, в отличие от геометрической полевою программы, была значительно более физическим делом, тесно связанным с астрономическими наблюдениями. Поэтому в ее дальнейшем развитии гораздо большую роль играли физики и астрономы (де Ситтер, Эддингтон, Ж. Леметр, Э. Хаббл и др.), чем математики.

Заключительные замечания

1. Хотя, несомненно, что математика и математики сыграли важную роль в создании общей теории относительности, исторический анализ убедительно показывает, что решающий вклад в формирование ОТО внес единственный физик, и этот физик – Эйнштейн (см. первый эпиграф). С 1907 по 1916 г. именно он настойчиво пытался разработать релятивистскую теорию тяготения. Исходный физический принцип кинематизации, а затем и геометризации гравитации, именно принцип эквивалентности, опирающийся на факт равенства инертной и гравитационной масс, был выдвинут Эйнштейном. На основе этого принципа он предсказал два релятивистских гравитационных эффекта. Этот же принцип привел его к необходимости выхода за пределы СТО и идее общей относительности, а также связанному с ней требованию общей ковариантности. Далее, Эйнштейн же, по существу, пришел к тензорно-геометрической концепции гравитации, этого концептуального ядра ОТО. Он же в ноябре 1915 г. сумел преодолеть сомнения в общей ковариантности гравитационных уравнений и в конце концов найти их правильную форму. Таким образом, не случайно и вполне справедливо, что ОТО прочно, и в первую очередь, связывается с именем Эйнштейна, который сам со временем под влиянием своего детища стал в большей степени математиком, чем физиком.

2. Что же касается вклада математиков в создание ОТО, то вклад их можно разделить на косвенный и непосредственный. Первый связан с четы-

рехмерной формулировкой СТО Пуанкаре и особенно Минковского, которая вместе с соответствующей метрической формулировкой принципа инерции оказалась для Эйнштейна переходной, промежуточной ступенью к римановой геометрии и уравнениям движения в поле тяготения в виде уравнений геодезической. Второй, прямой вклад относится к непосредственному участию М. Гроссмана, а затем Д. Гильберта в разработке ОТО. Гроссман при этом был явно ведомой фигурой, хотя ключевая характеристика гравитации – тензор Риччи впервые появился в гроссмановской части их совместной статьи с Эйнштейном. Гильберт, поставив задачу аксиоматизации фундаментальной физики, обращается к уже созданной теории Эйнштейна–Гроссмана, в которой еще отсутствуют правильные общековариантные уравнения гравитации. Он строит единую теорию гравитационного и электромагнитного полей и получает, в частности, общековариантные уравнения гравитации из общековариантного вариационного принципа, в котором в качестве гравитационной части лагранжиана используется скалярная кривизна. Конечно, и на этом этапе ведущей фигурой был Эйнштейн, хотя Гильберт на несколько дней раньше него получил правильные уравнения гравитации.

Отметим, что, несмотря на то что в ноябре 1915 г. между Эйнштейном и Гильбертом ощущается дух соревнования, все-таки и на этой стадии преобладает атмосфера взаимного доверия и даже дружелюбия, а не противостояния. В отношении же Гроссмана можно сказать, что он – математический помощник Эйнштейна, соавтор. И, таким образом, в 1912–1915 гг. мы видим не столько противостояние физика и математиков (не «физик против математиков»), сколько их сотрудничество («физик вместе с математиками» (см. третий эпиграф).

3. А вот первенство в выдвижении геометрической полевой программы синтеза, опирающейся на ОТО, принадлежало математикам – Гильберту, Вейлю, Калуце, хотя последние тридцать с лишним лет жизни Эйнштейн безуспешно пытался ее реализовать. Его очаровала мощь, красота и дерзость этой программы, к которой он первоначально относился достаточно скептически. В начале 1920-х с ним как бы происходит своего рода «фазовый переход»: из «физика до мозга костей» он превращается в «математизирующего теоретика», пытающегося угадать подходящее обобщение четырехмерной римановой геометрии. В начале 1930-х он даже говорит о том, что при построении фундаментальной физической теории «настоящее творческое начало присуще именно математике» [27. С. 184]. Первые симптомы этого «фазового перехода» появились осенью 1912 г., когда, благодаря Гроссману, он вышел на риманову геометрию как определяющую математическую структуру ОТО (см. п. 2). Достоин внимания и то, что неудачи геометрической полевой программы не означали ее бесплодности: в ее рамках были развиты некоторые важные физические концепции, например концепция калибровочных полей, и некоторые другие [14]. И, тем более, эта неудача ни в коей мере не бросает тень на саму ОТО, на основе которой уже в 1917 г. са-

мим Эйнштейном были заложены основы релятивистской космологии, хотя начало наиболее перспективному ее направлению, именно теории расширяющейся Вселенной, положил российский математик А.А. Фридман.

4. И последнее. ОТО стала первым нетривиальным примером беспрецедентной мощи математики в физике, проявления поражающей воображение «предустановленной гармонии между чистой математикой и физикой» (Минковский, Ф. Клейн, Гильберт, Вейль), или «непостижимой эффективности математики в естественных науках» (Ю. Вигнер) [38]. Но гармония эта достигается, реализуется, как показывает рассмотренная история, в процессе сложного, челночного взаимодействия между физикой и математикой и, соответственно, между физиками и математиками.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вейль Г.* Давид Гильберт и его математическое творчество // Г. Вейль. Математическое мышление / под ред. Б.В. Бирюкова и А.Н. Паршина. – М.: Наука, 1989. – С. 214–256.
2. *Einstein A.* To Arnold Sommerfeld, 29.X.1912 // A. Einstein. The Collected papers. V. 5: The Swiss Years: Correspondence, 1902–1914 / eds. M. Klein, A. Cox, R. Schulmann. Princeton: Princeton University Press, 1993. – P. 505–506.
3. *Клейн Ф.* О геометрических основаниях лоренцевой группы // Новые идеи в математике. Сборник № 5: Принцип относительности в математике. – СПб.: Изд. «Образование», 1914. – С. 144–174.
4. *Уиттекер Э.* История теории эфира и электричества: Современные теории (1900–1926). – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 464 с.
5. *Оханьян Х.* Эйнштейн: настоящая история великих открытий. – М.: Эксмо, 2009. – 384 с.
6. *Визгин В.П.* Концептуальные истоки общей теории относительности (к 100-летию принципа эквивалентности и четырехмерного мира Г. Минковского) // Исследования по истории физики и механики. 2007 г. – М.: Наука, 2008. – С. 253–281.
7. *Эйнштейн А., Гроссман М.* Проект обобщенной теории относительности и теории тяготения // А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. – Т. 1. – М.: Наука, 1965. – С. 227–266.
8. *Визгин В.П.* Релятивистская теория тяготения (истоки формирования, 1900–1915 гг.). – М.: Наука, 1981. – 352 с.
9. *Визгин В.П.* Об открытии уравнений гравитационного поля Эйнштейном и Гильбертом. Новые материалы // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 1. – 171. – № 12. – С. 1347–1363.
10. *Пайс А.* Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна. – М.: Наука, 1989. – 568 с.
11. *Reich K.* Die Entwicklung des Tensorkalküls: vom absoluten Differentialkalkül zur Relativitätstheorie. – Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 1994. – 331 s.
12. *Тропп Э.А., Френкель В.Я., Чернин А.Д.* Александр Александрович Фридман. – М.: Наука, 1988. – 304 с.
13. *Ellis G.F.R.* The Expanding Universe: A History of Cosmology from 1917 to 1960 // Einstein and the History of General Relativity / eds. D. Howard, J. Stachel. – Boston, Basel, Berlin: Birkhäuser, 1989. – P. 367–431.
14. *Визгин В.П.* Единые теории поля в квантово-релятивистской революции: Программа полевого геометрического синтеза физики. – Изд. 2-е, испр. – М.: КомКнига, 2006. – 312 с. (1-е издание – 1985 г.).

15. *Эйнштейн А.* Автобиографические заметки // А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. – Т. 4. – М.: Наука, 1967. – С. 259–293.
16. *Паули В.* Теория относительности. – М.-Л.: ГТТИ, 1947. – 300 с.
17. *Паули В.* Теория относительности и наука // В. Паули. Физические очерки. М.: Наука, 1975. – С. 187–193.
18. *Гинзбург В.Л.* Как и кто создал теорию относительности? (Опыт рецензии с предисловием и комментариями) // В.Л. Гинзбург. О теории относительности: сборник статей. – М.: Наука, 1979. – С. 116–143.
19. *Кобзарев И.Ю.* Частная теория относительности // Физика XIX–XX вв. в общенаучном и социокультурном контекстах. Физика XX века / отв. ред. Г.М. Идлис. – М.: Янус-К, 1997. – С. 31–55.
20. *Пенроуз Р.* Путь к реальности, или законы, управляющие Вселенной. Полный путеводитель. – М. – Ижевск: Ин-т компьютерных исслед.; НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. – 912 с.
21. *Vizgin V.P.* The Century of Tensor Geometrical Conception of Gravitation as a Foundation for General Relativity // Physical Interpretations of Relativity Theory: Proc. of Intern. Scientific Meeting. PIRT-2013. – Moscow: BMSTU, 2013. – P. 343–350.
22. *Эйнштейн А.* Автобиографические наброски // Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – Т. 4. – М.: Наука, 1967. – С. 350–356.
23. *Эйнштейн А.* О специальной и общей теории относительности // Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – Т. 1. – М.: Наука, 1965. – С. 530–600.
24. *А.Эйнштейн А.* Зоммерфельду, 29 октября 1912 г. // Из переписки Зоммерфельда с Эйнштейном / А. Зоммерфельд. Пути познания в физике. – М.: Наука, 1973. – С. 191–246.
25. *Гильберт Д.* Математические проблемы // Гильберт Д. Избранные труды. – Т. II. – М.: «Факториал», 1998. – С. 401–436.
26. *Зелиг К.* Альберт Эйнштейн. – М.: Атомиздат, 1964. – 206 с.
27. *Эйнштейн А.* О методе теоретической физики // Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – Т. 1. – М.: Наука, 1967. – С. 181–186.
28. *Weinberg S.* Einstein's Mistakes // Phys. Today. – 2005. – V. 58 (1). – P. 31–35.
29. *Вейль Г.* Гравитация и электричество // Альберт Эйнштейн и теория гравитации: сборник статей. – М.: Мир, 1979. – С. 5133–528.
30. *Вейль Г.* Пространство. Время. Материя: лекции по общей теории относительности. – Изд. 2-е, испр. – Едиториал УРСС, 2004. – 456 с.
31. *Scholz E.* Weyl's Contribution to Geometry in the Years 1918 to 1923 // The Intersection of History and Mathematics / eds. Ch. Sasaki. Basel etc.: Birkhäuser, 1994. – P. 203–230.
32. *Калуца Т.* К проблеме единства физики // Альберт Эйнштейн и теория гравитации: сборник статей. – М.: Мир, 1979. – С. 529–534.
33. *Вейль Г.* Теория относительности как стимул математического исследования // Г. Вейль. Математическое мышление / под ред. Б.В. Бирюкова, А.Н. Паршина. – М.: Наука. – С. 182–194.
34. *Эйнштейн А.* Современное состояние теории относительности // Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – Т. II. – М.: Наука, 1966. – С. 399–402.
35. *Эйнштейн А.* Вопросы космологии и общая теория относительности // Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – Т. I. – М.: Наука, 1965. С. 601–612.
36. *Эйнштейн А.* Релятивистская теория несимметричного поля // Эйнштейн А. Собрание научных трудов. – Т. II. – М.: Наука, 1966. – С. 849–873.
37. *Визгин В.П., Горелик Г.Е.* Восприятие теории относительности в России и СССР // Эйнштейновский сборник. 1984–1985 / отв. ред. И.Ю. Кобзарев. – М.: Наука, 1988. – С. 7–70.

38. *Визгин В.П.* «Предустановленная гармония между чистой математикой и физикой» // Математика и реальность. Труды Московского семинара по философии математики / под ред. В.В. Бажанова и др. – М.: Изд. МГУ, 2014. – С. 99–120.

EINSTEIN AND MATHEMATICIANS (FOR THE 100TH ANNIVERSARY OF THE CREATION OF THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY)

V.P. Vizgin

This article dedicated to the 100th anniversary of creating the general theory of relativity provides an overview of the history of developing the theory from the principle of equivalence (1907) to obtaining correct generally covariant equations of the gravitational field in November 1915. Particular attention is given to mathematics and mathematicians (Hermann Minkowski, Marcel Grossmann, David Hilbert) who played a significant part in that history. It is shown that, despite this, it was Albert Einstein, a “physicist to the tips of his fingernails,” who made the decisive contribution to the creation of the theory, only not by himself, but in the process of “strong interaction” with the said mathematicians. It is also noted that from the early 1920s Einstein became the leader of the geometrical field program of synthesis of physics initiated by the Goettingen mathematicians. He joined them, believing that “the actual creative principle lies in mathematics”.

Key words: history of the theory of relativity, general theory of relativity, tensor-geometrical concept of gravitation, Riemannian geometry, generally covariant equations of the gravitational field, geometrical field program, interrelation between physics and mathematics, Albert Einstein, Hermann Minkowski, Marcel Grossmann, David Hilbert, Hermann Weyl.